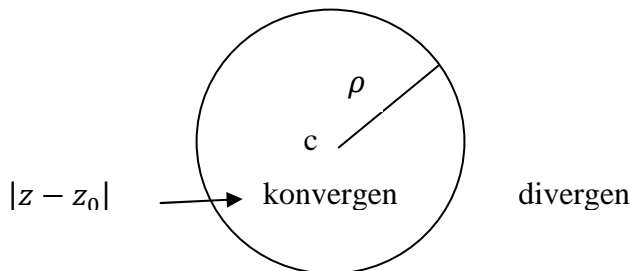


JARI-JARI KONVERGENSI

Untuk setiap deret pangkat $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z - z_0)^n$ terdapat bilangan tunggal ρ dimana $0 \leq \rho \leq \infty$, yang dinamakan jari-jari konvergensi deret, yang mempunyai sifat-sifat sebagai berikut:

1. Jika $\rho = 0$ maka deret pangkat konvergen hanya pada titik $z = z_0$ yang merupakan pusatnya, dan divergen untuk semua z yang lain.
2. Jika $0 < \rho < \infty$, maka deret pangkat konvergen mutlak. Menjadi konvergen untuk semua z dengan $|z - z_0| < \rho$, dan divergen untuk semua z dengan $|z - z_0| > \rho$
3. Jika $\rho = \infty$ maka deret konvergen mutlak. Menjadi konvergen untuk setiap z sedemikian sehingga $|z - z_0| < \infty$, yaitu untuk semua z berhingga.

Lingkaran $|z - z_0| < \rho$ dinamakan lingkaran konvergensi untuk deret pangkat tersebut.



Terdapat deret yang konvergen pada setiap titik di lingkaran konvergensinya, terdapat deret lain yang tidak konvergen pada setiap titik tersebut, dan terdapat lain lagi yang konvergen pada beberapa tetapi tidak semua titik di lingkaran konvergensinya.

Teorema

Andaikan bahwa untuk deret $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z - z_0)^n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|a_n|}{|a_{n+1}|}$ ada dan sama dengan ρ dimana $0 \leq \rho \leq \infty$, maka ρ adalah jari-jari konvergensi deret yang diberikan.

Teorema

Misal diberikan deret pangkat $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z - z_0)^n$. Jika $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{|a_n|^{1/n}} = \rho$, dengan $0 \leq \rho \leq \infty$ maka ρ adalah jari-jari kekonvergenan.

contoh soal :

Diketahui deret pangkat $\sum_{n=1}^{\infty} z^n / n^3$

Dengan menggunakan teorema, maka dari soal di atas didapatkan $a_n = 1/n^3$

$$\begin{aligned}\rho &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|a_n|}{|a_{n+1}|} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|1/n^3|}{|1/(n+1)^3|} = 1\end{aligned}$$

pusat deret terletak pada $z_0 = 0$. Deret konvergen pada $|z| < 1$ dan divergen pada $|z| > 1$.

Untuk sembarang titik pada $|z| = 1$

$$\sum \left| \frac{z^n}{n^3} \right| = \sum \frac{|z^n|}{n^3} = \sum \frac{1}{n^3}$$

deret di atas merupakan deret p dengan $p > 1$.

Jadi deret tersebut konvergen untuk sembarang titik pada $|z| = 1$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa deret pangkat konvergen pada $|z| \leq 1$ dan divergen pada $|z| > 1$.

Sumber Pustaka:

Brown, J. W., and R. C. Churchill. "*Complex Variables and Applications*," 7th ed. 2003.
New York: McGraw-HillCompanies, Inc.

Paliouras, J. D. "*Peubah Kompleks untuk Ilmuwan dan Insinyur*". 1975. Jakarta: Erlangga