

# LINEAR PROGRAMMING MODEL SIMPLEX

- Apabila suatu masalah LP hanya terdiri dari 2 variabel keputusan, maka dapat diselesaikan dengan metode **GRAFIK**
- Tetapi jika lebih dari 2 kegiatan maka digunakan metode Simplex
- Metode Simplex merupakan suatu cara untuk menentukan kombinasi optimal dari 3 variabel atau lebih

# LANGKAH-LANGKAH DALAM METODE SIMPLEX

1. Merubah fungsi tujuan dan batasan-batasan
2. Menyusun persamaan-persamaan di dalam tabel
3. Memilih KOLOM KUNCI
4. Memilih BARIS KUNCI
5. Merubah nilai-nilai BARIS KUNCI
6. Merubah nilai-nilai selain pada BARIS KUNCI
7. Melanjutkan perbaikan-perbaikan/perubahan-perubahan

# 1. Merubah fungsi tujuan dan batasan-batasan

- Fungsi tujuan diubah menjadi fungsi implisit, artinya semua  $C_j X_{ij}$  digeser ke kiri

Misal:

$$Z = 3X_1 + 5X_2$$

diubah menjadi:

$$Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$$

- Pada bentuk standar, semua batasan mempunyai tanda  $\leq$ . Pertidaksamaan tersebut harus diubah menjadi persamaan.

Caranya dengan menambah **SLACK VARIABLE** (variabel tambahan yang mewakili tingkat pengangguran atau kapasitas yang mempunyai batasan)

Variabel *Slack* ini adalah  $X_{n+1}, X_{n+2}, \dots, X_{n+m}$

## Fungsi Batasan:

$$\begin{aligned}(1) \quad 2X_1 &\leq 8 \quad \Leftrightarrow 2x_1 &+ x_3 &= 8 \\(2) \quad 3x_2 &\leq 15 \quad \Leftrightarrow 3x_2 &+ x_4 &= 15 \\(3) \quad 6X_1 + 5X_2 &\leq 30 \quad \Leftrightarrow 6x_1 + 5X_2 &+ x_5 &= 30\end{aligned}$$

Formulasi matematisnya:

- Fungsi Tujuan: Maks  $Z - 3X_1 - 5 X_2$

- Batasan:

$$\begin{aligned}(1) \quad 2x_1 &+ x_3 &= 8 \\(2) \quad 3x_2 &+ x_4 &= 15 \\(3) \quad 6x_1 + 5X_2 &+ x_5 &= 30\end{aligned}$$

## 2. Menyusun persamaan-persamaan di dalam tabel

Variabel Dasar	Z	$X_1$	$X_2$	.....	$X_n$	$X_{n+1}$	$X_{n+2}$	.....	$X_{n+m}$	NK (RHS)
Z	1	$-C_1$	$-C_2$	.....	$-C_n$	0	0	.....	0	0
$X_{n+1}$	0	$a_{11}$	$a_{12}$	.....	$a_{1n}$	1	0	.....	0	$b_1$
$X_{n+2}$	0	$a_{21}$	$a_{22}$	.....	$a_{2n}$	0	1	.....	0	$b_2$
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮		⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮		⋮	⋮
$X_{n+m}$	0	$a_{m1}$	$a_{m2}$	.....	$a_{mn}$	0	0	.....	1	$b_m$

NK (RHS) : Nilai Kanan persamaan, yaitu nilai di belakang tanda =

Variabel dasar: variabel yang nilainya sama dengan sisi kanan dari persamaan.

Pada persamaan  $2X_1 + X_3 = 8$ , jika belum ada kegiatan apa-apa, berarti nilai  $X_1 = 0$ , dan semua kapasitas masih menganggur, maka pengangguran ada 8 satuan (nilai sisi kanan) atau nilai  $X_3 = 8$

Pada tabel tersebut nilai variabel dasar ( $X_3, X_4, X_5$ ) pada fungsi tujuan harus 0, dan nilainya pada batasan-batasan bertanda positif.

Tabel 1: Data perusahaan sepatu BATA dalam tabel simplex pertama

Variabel Dasar	Z	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	NK
Z	1	-3	-5	0	0	0	0
$X_3$	0	2	0	1	0	0	8
$X_4$	0	0	3	0	1	0	15
$X_5$	0	6	5	0	0	1	30

## Langkah 3: Memilih KOLOM KUNCI

- KOLOM KUNCI adalah kolom yang merupakan dasar untuk merubah tabel di atas.
- KOLOM KUNCI → Kolom yang mempunyai nilai pada baris fungsi tujuan yang bernilai **NEGATIF TERBESAR** (dalam tabel terletak pada kolom  $X_2$  dengan nilai pada baris persamaan tujuan -5
- Kalau suatu tabel sudah tidak memiliki nilai negatif pada baris fungsi TUJUAN, berarti tabel itu tidak bisa dioptimalkan lagi (sudah optimal)



Tabel 2: Pemilihan KOLOM KUNCI pada tabel pertama

Variabel Dasar	Z	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	NK	Keterangan
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X <sub>3</sub>	0	2	0	1	0	0	8	~
X <sub>4</sub>	0	0	3	0	1	0	15	15/3 = 5 (Min)
X <sub>5</sub>	0	6	5	0	0	1	30	30/5 = 6

## Langkah 4: Memilih BARIS KUNCI

- BARIS KUNCI → baris yang merupakan dasar untuk merubah tabel.
- Perlu dicari nilai INDEX → Membagi nilai-nilai pada kolom NK (RHS) dengan nilai yang sebaris pada kolom kunci (lihat kolom “keterangan” pada tabel 2)

$$\text{INDEX} = \frac{\text{Nilai kolom NK}}{\text{Nilai kolom KUNCI}}$$

Pilih baris yang mempunyai INDEX POSITIF TERKECIL → Batasan 2 yang terpilih sebagai BARIS KUNCI

Nilai yang masuk dalam KOLOM KUNCI dan BARIS KUNCI disebut **ANGKA KUNCI**

# Langkah 5: Merubah nilai-nilai baris kunci

ANGKA KUNCI

Tabel 3: Merubah nilai BARIS KUNCI

Variabel Dasar	Z	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	NK
Z	1	-3	-5	0	0	0	0
X <sub>3</sub>	0	2	0	1	0	0	8
X <sub>4</sub>	0	0	3	0	1	0	15
X <sub>5</sub>	0	6	5	0	0	1	30
Z	1						
X <sub>3</sub>	0						
X <sub>2</sub>	0	0	1	0	1/3	0	5
X <sub>5</sub>	0						

Nilai BARIS KUNCI diubah dengan cara membaginya dengan ANGKA KUNCI, seperti pada tabel 3 di atas. Bagian bawah ( $0/3=0$ ;  $3/3=1$ ;  $0/3=0$ ;  $1/3=1/3$ ;  $0/3=0$ ;  $15/3=5$ ).

Ganti variabel dasar pada baris itu dengan variabel yang terdapat di bagian atas kolom kunci (X<sub>2</sub>)

## Langkah 6: Merubah nilai-nilai selain pada baris kunci

Rumus:

$$\text{BARIS BARU} = \text{BARIS LAMA} - [(\text{KOEFSISIEN PADA KOLOM KUNCI}) \times \text{NILAI BARU BARIS KUNCI}]$$

Nilai baru baris pertama (Z) adalah:

$$\begin{array}{r} \text{Nilai baru} = \end{array} \begin{array}{r} \begin{array}{ccccccc} [-3 & -5 & 0 & 0 & 0, & 0] \\ \underline{(-5) \quad [0 & 1 & 0 & 1/3 & 0, & 5] \quad (-)} \\ [-3 & 0 & 0 & 5/3 & 0, & 25] \end{array} \end{array}$$

Nilai baru baris kedua (batasan 1) adalah:

$$\begin{array}{r} \text{Nilai baru} = \end{array} \begin{array}{r} \begin{array}{ccccccc} [2 & 0 & 1 & 0 & 0, & 8] \\ \underline{(0) \quad [0 & 1 & 0 & 1/3 & 0, & 5] \quad (-)} \\ [2 & 0 & 1 & 0 & 0, & 8] \end{array} \end{array}$$

Nilai baru baris keempat(batasan 3) adalah:

$$\begin{array}{r} \text{Nilai baru} = \end{array} \begin{array}{r} \begin{array}{ccccccc} [6 & 5 & 0 & 0 & 1, & 30] \\ \underline{(5) \quad [0 & 1 & 0 & 1/3 & 0, & 5] \quad (-)} \\ [6 & 0 & 0 & -5/3 & 1, & 5] \end{array} \end{array}$$

Nilai-nilai baru di atas digunakan untuk melengkapi isi tabel 3 bagian bawah, sehingga hasilnya terlihat seperti tabel 4 berikut.

Tabel 4: Tabel pertama nilai lama dan tabel kedua nilai baru

Variabel Dasar	Z	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	NK
Z	1	-3	-5	0	0	0	0
X <sub>3</sub>	0	2	0	1	0	0	8
X <sub>4</sub>	0	0	3	0	1	0	15
X <sub>5</sub>	0	6	5	0	0	1	30
Z	1	-3	0	0	5/3	0	25
X <sub>3</sub>	0	2	0	1	0	0	8
X <sub>2</sub>	0	0	1	0	1/3	0	5
X <sub>5</sub>	0	6	0	0	-5/3	1	5

Langkah 7:

Melanjutkan perbaikan/perubahan-perubahan

Langkah-langkah perbaikan (langkah 3 sampai 6) dilakukan untuk memperbaiki tabel.

Perubahan baru berhenti **setelah pada baris pertama (fungsi tujuan) tidak ada yang bernilai negatif.**

Tabel 5: Kolom dan baris hasil perbaikan pertama, dan nilai baru  
Baris kunci hasil perbaikan kedua

Variabel Dasar	Z	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	NK	Ket
Z	1	-3	0	0	5/3	0	25	-
X <sub>3</sub>	0	2	0	1	0	0	8	8/2 = 4
X <sub>2</sub>	0	0	1	0	1/3	0	5	5/0 = ~
X <sub>5</sub>	0	6	0	0	-5/3	1	5	5/6
Z	1							
X <sub>3</sub>	0							
X <sub>2</sub>	0							
X <sub>1</sub>	0	1	0	0	-5/18	1/6	5/6	

Nilai baru baris lain kecuali baris kunci:

Nilai baru baris pertama (Z) adalah:

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad [-3 \quad 0 \quad 0 \quad 5/3 \quad 0, \quad 25] \\ (-3) \quad [1 \quad 0 \quad 0 \quad -5/18 \quad 1/6, \quad 5/6] \quad (-) \\ \hline \text{Nilai baru} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 5/6 \quad 1/2, \quad 27\frac{1}{2}] \end{array}$$

Nilai baru baris kedua:

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad [2 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0, \quad 8] \\ (2) \quad [1 \quad 0 \quad 0 \quad -5/18 \quad 1/6, \quad 5/6] \quad (-) \\ \hline \text{Nilai baru} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 5/9 \quad -1/3, \quad 6\frac{1}{3}] \end{array}$$

Nilai baris ketiga tidak berubah karena nilai kolom kunci = 0



Variabel Dasar	Z	X1	X2	X3	X4	X5	NK
Z	1	0	0	0	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	$27\frac{1}{2}$
X3	0	0	0	1	$\frac{5}{9}$	$-\frac{1}{3}$	$6\frac{1}{3}$
X2	0	0	1	0	$\frac{1}{3}$	0	5
X1	0	1	0	0	$-\frac{5}{18}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

Bila dilihat dari baris pertama (Z) pada tabel di atas tidak ada lagi yang bernilai NEGATIF, semuanya positif. Berarti tabel tidak dapat dioptimalkan lagi, sehingga hasil dari tabel tersebut sudah merupakan hasil optimal.

Kesimpulan:

Nilai  $X_1 = \frac{5}{6}$  sehingga  $I_1 = \frac{5}{6}$  lusin setiap hari

$X_2 = 5$  sehingga  $I_2 = 5$  lusin setiap hari

Z maksimum  $27\frac{1}{2}$ , artinya laba yang akan diperoleh = 275.000/hari

Tabel 7: Tabel-tabel yang diperoleh, dari tabel pertama sampai perubahan terakhir

Variabel Dasar	Z	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	NK
Z	1	-3	-5	0	0	0	0
X <sub>3</sub>	0	2	0	1	0	0	8
X <sub>4</sub>	0	0	3	0	1	0	15
X <sub>5</sub>	0	6	5	0	0	1	30
Z	1	-3	0	0	5/3	0	25
X <sub>3</sub>	0	2	0	1	0	0	8
X <sub>2</sub>	0	0	1	0	1/3	0	5
X <sub>5</sub>	0	6	0	0	-5/3	1	5
Z	1	0	0	0	5/6	1/2	27½
X <sub>3</sub>	0	0	0	1	5/9	-1/3	6 1/3
X <sub>2</sub>	0	0	1	0	1/3	0	5
X <sub>1</sub>	0	1	0	0	-5/18	1/6	5/6

# SOAL

Sebuah perusahaan Perkusi memproduksi tiga macam model snare drums. Perusahaan memperoleh keuntungan masing-masing \$30 per unit untuk snare 1, \$20 per unit untuk snare 2, dan \$15 per unit untuk snare 3. Kebutuhan jam tenaga kerja untuk membuat snare drum pada setiap departemen produksi (2 departemen produksi) terdapat pada tabel berikut. Supervisor masing-masing departemen telah memperkirakan jumlah jam tenaga kerja yang tersedia untuk bulan depan yaitu: 1000 jam di departemen 1 dan 800 jam di departemen 2. Berapa perusahaan harus memproduksi snare drum di atas jika asumsi bahwa perusahaan bertujuan untuk memaksimalkan keuntungan. Gunakan model Simplex.

Tabel 1: Data produksi perusahaan Perkusi

Departemen	Snare Drum		
	1	2	3
1	3	2	1
2	1	3	2

Tabel Simplex 1

KOLOM KUNCI

Var Dasar	Z	X1	X2	X3	X4	X5	NK	Index
Z	1	-30	-20	-15	0	0	0	-
X4	0	3	2	1	1	0	1000	$1000/3 = 333,3$
X5	0	1	3	2	0	1	800	$800/1 = 800$
Z								
X1	0	1	$2/3$	$1/3$	$1/3$	0	$1000/3$	

ANGKA KUNCI