

Metode Simpleks Minimum



Perhatian

- Untuk menyelesaikan Persoalan Program Linier dengan Metode Simpleks untuk fungsi tujuan **memaksimumkan** dan **meminimumkan** caranya **BERBEDA**.

Perhatian

- Model matematika dari Permasalahan Program Linier dapat dinyatakan dalam bentuk Sistem Persamaan Linier $AX = B$ sebagai berikut :

Bentuk Umum Model Persoalan Program Linier

- Fungsi Tujuan:
 - *Minimumkan* $Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n$
- Bisa dibuat dlm bentuk matriks sbb:

$$Z = [C_1 \quad C_2 \quad \dots \quad C_n] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}$$



Batasan:

- $a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n \leq \text{or} \geq b_1$
- $a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n \leq \text{or} \geq b_2$
-
- $a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n \leq \text{or} \geq b_m$
- Bisa ditulis dlm bentuk **matriks** sbb:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{21} & & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \leq \text{or} \geq \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Langkah Penyelesaian Simpleks Minimum

1. Mengubah semua kendala ke *Bentuk Kanonik* dengan menambah variabel *Slack S*. Variabel slack yang ada dimasukkan (ditambahkan) ke fungsi sasaran dan *diberi koefisien 0*.
2. Jika dalam matriks A sudah terbentuk Matriks Identitas maka disusun tabel awal simpleks sebagai berikut :

	C_j	C_1	C_2	..	C_n	0	0	..	M		
C_i	X_i X_j	X_1	X_2	..	X_n	S_1	S_2	..	V_1	b_i	R_i
C_1	X_1	a_{11}	a_{12}	..	a_{1n}			..		b_1	R_1
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
C_m	X_m	a_{m1}						..		b_m	R_m
	Z_j	Z_1	Z_2	..	Z_n			..			
	$Z_j - C_j$	$Z_1 - C_1$	$Z_2 - C_2$		$Z_n - C_n$..			

Keterangan



- Baris C_j diisi dengan para koefisien Fungsi Tujuan (sasaran)
- Baris X_j diisi dengan nama-nama perubah (variabel) yang ada.
- Kolom X_i diisi dengan nama-nama perubah yang menjadi basis (variabel yang menyusun matriks Identitas) .
- Kolom C_i diisi dengan para koefisien perubah yang menjadi basis
- Kolom b_i diisi dengan para konstanta fungsi kendala (Nilai Sebelah Kanan/NSK).
- Baris Z_j diisi dengan rumus:
$$Z_j = \sum_{i=1}^m C_i a_{ij}, j = 1, \dots, n$$
- Kolom R_i diisi dengan rumus $R_i = b_i / a_{ik}$ (a_{ik} = elemen-elemen yang berada dalam kolom kunci, dan R_i dihitung hanya untuk $a_{ik} \geq 0$)

Langkah Penyelesaian Simpleks Minimum (Lanjutan)

- Jika belum terbentuk matriks identitas (I_n), maka matriks identitas dimunculkan dengan menambah *peubah semu* dan diberi notasi V . Perubah semu yang ada dimasukkan di fungsi sasaran dengan koefisien sebesar $(+M)$, dengan M adalah bilangan yang cukup besar.

Contoh

- Meminimumkan $Z = 22 X_1 + 6 X_2$
- Fungsi Kendala:
 - a). $11X_1 + 3X_2 \geq 33$
 - b). $8X_1 + 5X_2 \leq 40$
 - c). $7X_1 + 10X_2 \leq 70$, dan $X_1 \geq 0$, $X_2 \geq 0$

Bentuk Baku

- Meminimumkan $Z = 22 X_1 + 6 X_2$
- Fungsi Kendala:
 - a). $11X_1 + 3X_2 - 1S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 33$
 - b). $8X_1 + 5X_2 + 0S_1 + 1S_2 + 0S_3 = 40$
 - c). $7X_1 + 10X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 1S_3 = 70$, dan
 - $X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 \geq 0$

Jika ditulis dalam matriks

$$\begin{pmatrix} 11 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 8 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 7 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X1 \\ X2 \\ S1 \\ S2 \\ S3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 33 \\ 40 \\ 70 \end{pmatrix}$$

Its not identity matrix

Supaya muncul matriks identitas

- Ditambah peubah semu V_k ke kendala

- $11X_1 + 3X_2 - 1S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 1V_1 = 33$

- $8X_1 + 5X_2 + 0S_1 + 1S_2 + 0S_3 + 0V_1 = 40$

- $7X_1 + 10X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 1S_3 + 0V_1 = 70,$

Bisa ditulis menjadi

- $11X_1 + 3X_2 + 1V_1 + 0S_2 + 0S_3 - 1S_1 = 33$

- $8X_1 + 5X_2 + 0V_1 + 1S_2 + 0S_3 + 0S_1 = 40$

- $7X_1 + 10X_2 + 0V_1 + 0S_2 + 1S_3 + 0S_1 = 70,$

dan $X_1, X_2, S_1, S_2, S_3, V_1, V_2 \geq 0$

Jika ditulis dalam matriks

$$\begin{pmatrix} 11 & 3 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 8 & 5 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 7 & 10 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X1 \\ X2 \\ V1 \\ S1 \\ S2 \\ S3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 33 \\ 40 \\ 70 \end{pmatrix}$$

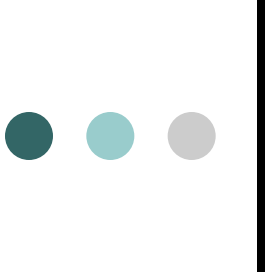
Its identity matrix

Fungsi Tujuan Menjadi

- $Z = 22 X_1 + 6 X_2 + M V_1 + 0 S_1 + 0 S_2 + 0 S_3$
 - Dengan M adalah bilangan yang sangat besar

● ● ● | Pemeriksaan terhadap nilai $Z_j - C_j$.

- Tabel sudah **minimum** jika semua $Z_j - C_j \leq 0$.
- Jika ada $Z_j - C_j > 0$ (positif), maka dibuat tabel baru dengan cara sebagai berikut :
 - Menentukan **kolom kunci** yaitu memilih **nilai $Z_j - C_j$ yang terbesar**. Sebut dengan $Z_k - C_k$ maka kolom ke-k disebut *kolom kunci*.
 - Pada kolom ke-k dilakukan pemeriksaan terhadap nilai a_{ik} .

- 
- Jika untuk **semua a_{ik} negatif** ($a_{ik} < 0$) maka ***jawab tidak terbatas*** (*Nilai Fungsi Tujuan tidak terbatas*)/(Unbounded).
 - Jika terdapat a_{ik} yang positif hitung nilai R_i , (untuk a_{ik} yang positif saja) kemudian dilanjutkan ke langkah berikutnya



- Menentukan **baris kunci**, yaitu nilai R_i yang terkecil, selanjutnya baris yg memuat R_i terkecil disebut *baris kunci*.
- Kemudian disusun tabel baru sebagai berikut (dimulai dari baris kunci baru):
 - Untuk elemen baris kunci baru:
 - elemen baris kunci baru = elemen baris kunci lama dibagi a_{ik}
 - Untuk elemen baris yang lain:
 - elemen baris baru = elemen baris lama - (a_{ik} x elemen baris r baru)
- Kemudian tentukan lagi nilai X_i , C_i , Z_j , $Z_j - C_j$.

Jadi langkah Metode Simpleks Minimum **hampir sama** dengan Maksimum, hanya ada beberapa perbedaan yaitu:

1. Pengubahan bentuk kanonik, koefisien dari peubah (variabel) semu (V) pada fungsi sasaran adalah $+M$ (positif M) dimana M bilangan yang sangat besar.
2. Tabel sudah minimum jika semua nilai dari $Z_j - C_j \leq 0$.
3. Penentuan kolom kunci berdasarkan nilai dari $Z_j - C_j$ yang paling besar yaitu ($\max \{Z_j - C_j\}$).



Contoh Soal

- Meminimumkan : $Z = 40 X_1 + 80 X_2$
dengan batasan/kendala/constrain:
- $X_1 + X_2 \geq 4$
- $X_1 + 3X_2 \geq 6$
 $X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$

Penyelesaian

- Bentuk Kanonik :

- $X_1 + X_2 - 1S_1 + 0S_2 + 1V_1 + 0V_2 = 4$

- $X_1 + 3X_2 + 0S_1 - 1S_2 + 0V_1 + 1V_2 = 6$

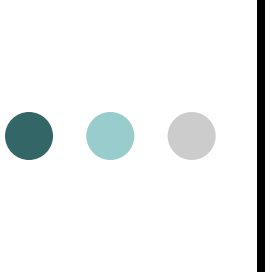
- Meminimumkan :

- $Z = 40X_1 + 80X_2 + 0S_1 + 0S_2 + M V_1 + M V_2$

Tabel Simpleks lengkapnya lihat disini



	C_j	40	80	0	0	M	M		
C_i	$X_i \ X_j$	X_1	X_2	S_1	S_2	V_1	V_2	b_i	R_i
M	V_1	1	1	-1	0	1	0	4	4
M	V_2	1	3	0	-1	0	1	6	2
	Z_j	2M	4M	-M	-M	M	M	10M	
	$Z_j - C_j$	2M-40	4M-80	-M	-M	0	0		
M	V_1	2/3	0	-1	1/3	1	-1/3	2	3
80	X_2	1/3	1	0	-1/3	0	1/3	2	6
	Z_j	$(2M+80)/3$	80	-M	$(M-80)/3$	M	$(80-M)/3$	$2M+16$ 0	
	$Z_j - C_j$	$(2M-40)/3$	0	-M	$(M-80)/3$	0	$(80-4M)/3$		
40	X_1	1	0	-3/2	1/2	3/2	-1/2	3	
80	X_2	0	1	1/2	-1/2	-1/2	1/2	1	
	Z_j	40	80	-20	-20	20	20	200	
	$Z_j - C_j$	0	0	-20	-20	20-M	20-M		

- 
- Karena semua $Z_j - C_j \leq 0$, maka tabel sudah minimal, dengan nilai $X_1 = 3$, dan $X_2 = 1$, dan $Z_{\text{minimalnya}} = 200$.



TUGAS INDIVIDU 4

- Selesaikan Persoalan Program Linier berikut dengan Metode Simpleks.

1. Meminimumkan $F = 22 X_1 + 6 X_2$

- Fungsi Kendala :

- $11X_1 + 3 X_2 \geq 33$

- $8X_1 + 5X_2 \geq 40$

- $7X_1 + 10X_2 \leq 70$ dan $X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$

SOLUSI: $X_1 = 1,451613$ $X_2 = 5,677419$ $\rightarrow Z = 66$



2. Meminimumkan $Z = 6X_1 + 8 X_2$

○ Fungsi Kendala:

○ $3X_1 + X_2 \geq 4$

○ $5X_1 + 2X_2 \leq 10$

○ $X_1 + 2X_2 \geq 3$ dan $X_1 \geq 0, X_2 \geq 0,$

SOLUSI: $X_1 = 1, X_2 = 1 \rightarrow Z = 14$