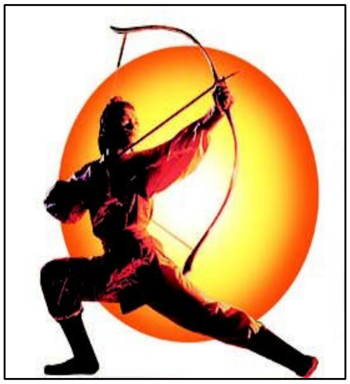
USAHA dan ENERGI



Gambar 1.Gaya oleh tali busur

Sebuah anak panah dilepaskan dari busurnya; bisakah dihitung laju anak panah tersebut pada saat ia baru saja terlepas dari busur? Bisakah hukum gerak newton dapat diandalkan untuk menganalisis persoalan ini? Kasus semacam ini dan beberapa kasus yang lain memang susah jika harus diselesaikan dengan menggunakan hukum gerak newton. Hal ini karena gaya yang diberikan oleh tali busur kepada anak panah berubah-ubah bergantung pada posisi.

Lalu...bagaimana kasus tersebut dapat dianalisi? Jangan khawatir... di samping hukum gerak newton, masih ada konsep lain yang dapat digunakan untuk menganalis persoalan gerak semacam ini.

1. USAHA

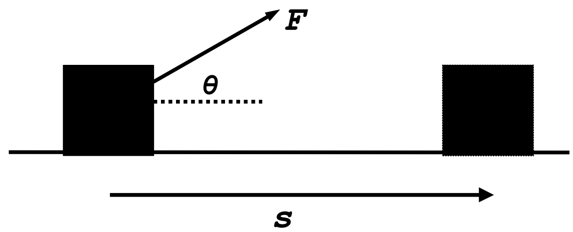
Fenomena gerak, disamping bisa dianalisis dengan menggunakan perumusan hukum newton, ia juga bisa didekati dengan menggunakan konsep usaha-energi. Seperti halnya hukum newton, konsep ini menghubungkan pengaruh luar (gaya) dengan keadaan gerak benda. Bedanya dengan konsep hukum newton, usaha dan tenaga adalah besaran skalar. Karena itu,untuk beberapa kasus, konsep usaha-tenaga dapat lebih mudah digunakan untuk mengetahui keadaan gerak suatu benda akibat pengaruh luar (gaya).

1. 1 Usaha oleh Gaya Konstan

Istilah usaha dalam fisika agak berbeda dengan istilah usaha yang digunakan dalam kehidupan sehari-hari, meskipun ada beberapa kemiripan. Sebagai istilah fisika, usaha yang dilakukan oleh suatu gaya didefinisikan sebagai *hasil perkalian skalar antara vektor gaya dengan vektor perpindahan benda*, atau hasil kali komponen gaya yang searah dengan perpindahan benda dengan besar perpindahan benda. Usaha dilambangkan dengan W (*work*) dan untuk gaya yang konstan dirumuskan sebagai:

$$W = (F\cos\theta)s = Fs\cos\theta \qquad (1)$$

dengan θ adalah sudut antara vektor gaya dan vektor perpindahan benda.



Gambar 2. Sebuah balok yang ditarik oleh gaya F dan berpindah sejauh s

Usaha secara fisis merupakan skalar, sehingga definisi di atas jika dituliskan dalam notasi vektor adalah:

$$W = \vec{F} \circ \vec{s} \qquad (2)$$

Satuan usaha adalah N.m yang dalam sistem SI diberi nama Joule.

1 Joule = 10^7 erg

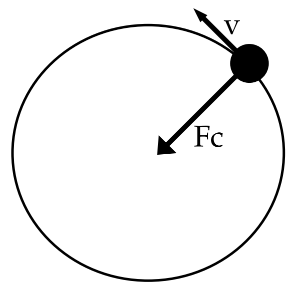
1 ft.lb = 1,356 joule (sistem Inggris)

1 kWh = 3,6 x 10^6 joule (elektrik)

1 eV = 1,60 x 10^{-19} Joule (fisika atom)

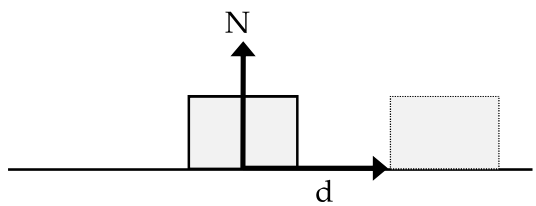
Mengingat di dalam usaha terdapat dua variabel yang berperan, yakni perpindahan dan gaya (yang searah dengan perpindahannya), maka tidak semua gaya yang bekerja pada suatu benda melakukan usaha. Jika gaya tersebut berarah tegak lurus dengan arah perpindahan benda, maka gaya tersebut tidak melakukan usaha apapun. Beberapa contoh gaya yang tidak melakukan usaha adalah:

- Gaya sentripetal, arahnya selalu tegak lurus lintasannya, maka usaha oleh gaya sentripetal selalu nol.



Gambar 3. Arah Gaya Sentripetal yang Selalu Tegak Lurus dengan Arah Pergeseran Benda

- Gaya normal, arahnya selalu tegak lurus bidang dimana benda bergeser, maka usaha oleh gaya normal selalu nol.



Gambar 4. Arah Gaya Normal yang Selalu Tegak Lurus dengan Arah Pergeseran Benda

Contoh soal:

Gaya sebesar 75 N menarik balok di atas lintasan horizontal seperti pada **Gambar 2**. Jika gaya berarah 28^0 dari horizontal, berapakah usaha yang dilakukan oleh gaya tersebut untuk menarik balok sejauh 8 m?

Penyelesaian:

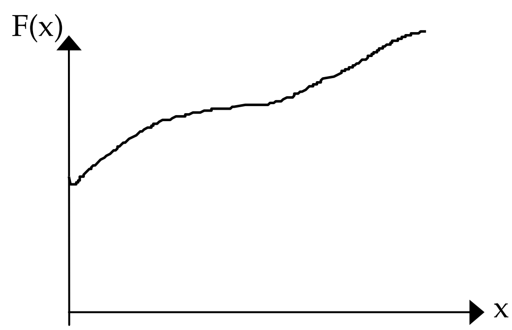
Usaha yang dilakukan adalah hasil kali perpindahan, yaitu 8 m, dengan komponen gaya yang sejajar dengan perpindahan, (75 N) cos 28^0. Jadi

$W = (75\ N)\ (\cos 28^0)(8\ m) = 530\ J$

1.2 Usaha oleh Gaya yang Tidak Konstan

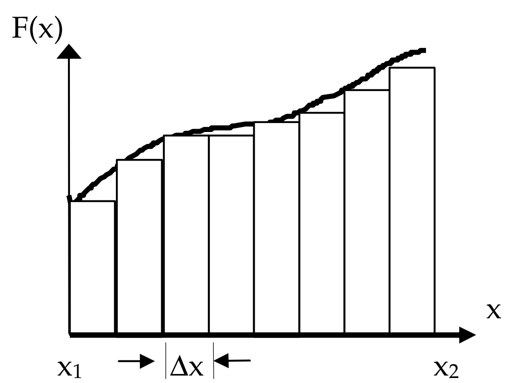
Pada saat seseorang menarik tali busur untuk melepaskan anak panah dari busurnya, maka semakin ditarik tali busurnya akan semakin besar gaya yang diberikan oleh tali busur kepada orang tersebut.

Demikian pula pada saat sebuah pegas diregangkan, semakin diregangkan pegas tersebut akan semakin berat beban yang dirasakan oleh orang yang meregangkannya. Kedua peristiwa tersebut menunjukan bahwa adakalanya gaya yang bekerja pada suatu benda tidak konstan, melainkan berubah-ubah dan merupakan fungsi dari suatu variabel tertentu. Misalnya pada kedua contoh di atas, gaya merupakan fungsi posisi *F* (x).



Gambar 5. Grafik Gaya Sebagai Fungsi Posisi

Bagaimana stretegi untuk memperoleh nilai usaha total yang dilakukan oleh gaya F(x) pada kasus tersebut? Pertama, daerah di bawah kurfa F(x) dibagi menjadi bagian-bagian yang sangat kecil dengan cara membuat persegi panjang dengan lebar Δx dengan tinggi mengikuti kurfa F(x) seperti terlihat pada gambar.



Gambar 6. Daerah di Bawah Kurva *F(x)* Dibagi-bagi Menjadi Bagian yang Kecil

Melalui cara ini dapat diperoleh besarnya usaha yang dilakukan oleh F(x) untuk setiap pergeseran Δx sebesar:

$$\Delta W = F(x)\ \Delta x \qquad (3)$$

Sekarang dapat dihitung besarnya usaha total yang dilakukan oleh gaya *F(x)* untuk melakukan pergeseran sejauh *x*. Hal ini dilakukan dengan cara menjumlahkan luas seluruh bagian persegipanjang melalui persamaan:

$$W = \sum F(x)\ \Delta x \qquad (4)$$

Persamaan tersebut merupakan jumlahan luas total daerah di bawah kurva *F*(x). Namun, terlihat masih terdapat eror pada penjumlahan tersebut, yakni dijumpai beberapa luasan yang tidak terkover oleh persegi panjang. Keadaan ini dapat diminimalisir dengan cara membuat Δx sekecil mungkin, $\Delta x \longrightarrow 0$. Secara matematis dapat dinyatakan dengan:

$$W = \lim_{\Delta x \to 0} \sum F(x)\Delta x \qquad (5)$$

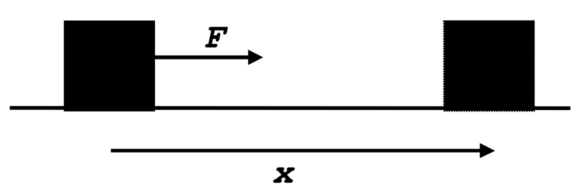
Atau dalam bentuk integral dinyatakan dengan:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx \qquad (6)$$

Demikianlah strategi yang dapat digunakan untuk menghitung usaha oleh gaya yang tidak konstan.

2. ENERGI KINETIK

Perhatikan gambar berikut:



Gambar 6. Usaha oleh Gaya F untuk Menarik Balok Sejauh x

Gaya konstan **F** melakukan usaha untuk menarik sebuah partikel bermassa m hingga berpindah sejauh x. Percepatan partikel tersebut konstan dan dapat diperoleh dengan menggunakan hukum newton $F=ma$. Misalkan laju berubah dari v_1 menjadi v_2 ketika partikel berpindah sejauh x dari x_1 ke x_2 ($x=x_2-x_1$), maka dapat diformulasikan persamaan:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2ax \qquad (7)$$

Persamaan (7) tersebut sudah diperoleh pada saat mempelajari kinematika gerak lurus, khususnya pada bagian Gerak Lurus Berubah Beraturan. Kini, dengan sedikit melakukan perubahan ruas, persamaan tersebut ditampilkan dalam bentuk:

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2x} \qquad (8)$$

Jika persamaan tersebut dikalikan dengan m dan mengganti ma dengan gaya total F, maka diperoleh:

$$F = ma = m(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2x}) \qquad (9)$$

Berikutnya,

$$Fx = m(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \qquad (10)$$

Hasil kali Fx adalah kerja yang dilakukan oleh gaya total F untuk memindahkan partikel sejauh x. Besaran ½ mv^2 dinamakan sebagai energi kinetik K dari partikel, yaitu energi yang dimiliki oleh suatu benda bermassa m karena gerakannya (v).

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (11)$$

Sebagaimana usaha, W, energi kinetik K juga merupakan besaran skalar; enrgi tersebut hanya bergantung pada massa dan laju partikel, tidak pada arah gerak.

Sekarang dapat diinterpretasikan Persamaan (10) dalam usaha dan energi kinetik. Suku pertama pada ruas kanan persamaan tersebut adalah:

$$K_2 = \frac{1}{2} m v_2^{\ 2} \tag{12}$$

Suku tersebut menunjukan besarnya energi kinetik akhir partikel setelah perpindahan. Sedangkan suku kedua adalah energi kinetik awal,

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^{\ 2} \tag{13}$$

Dengan demikian, selisih antara keduanya merupakan perubahan energi kinetik. Sehingga Persamaan (10) menyatakan bahwa usaha yang dilakukan oleh gaya total pada partikel sama dengan perubahan energi kinetik partikel:

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K \tag{14}$$

Persamaan tersebut kini dikenal sebagai teorema Usaha-Energi.

Sebuah cara yang lebih ringkas akan disajikan di bawah ini untuk menyusun Teorema Usaha-Energi. Kini teorema tersebut akan diturunkan melalui proses integral sebagai berikut:

Untuk kasus 1 dimensi dan gaya yang bekerja pada sebuah benda dengan massa m konstan, maka usaha yang dilakukan oleh gaya tersebut adalah:

$$W = \int_{x1}^{x2} F dx \tag{15}$$

Berdasarkan hukum newton $F = m\, a = m\, dv/dt$, maka:

$$W = \int_{x1}^{x2} m \frac{dv}{dt} dx \tag{16}$$

Persamaan tersebut dapat ditata ulang dan dinyatakan dalam bentuk:

$$W = \int_{v1}^{v2} m \frac{dx}{dt} dv \tag{17}$$

Padahal *dx/dt* tidak lain adalah *v*, sehingga Persamaan (17) dapat dimodifikasi menjadi:

$$W = \int_{v1}^{v2} mv\,dv \qquad (18)$$

Jika integral tersebut diselesaikan, maka diperoleh:

$$W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \qquad (19)$$

Demikianlah sebuah cara lain dapat digunakan untuk menurunkan ***teorema Usaha - Energi***.

3. DAYA.

Besaran usaha seringkali tidak sanggup menggambarkan suatu keadaan secara lebih lengkap dan pada akhirnya terkadang kurang bermakna. Hal ini karena usaha tidak melibatkan unsur waktu. Sebagai contoh, seorang laki-laki perkasa sanggup memindahkan sejumlah meja dari suatu tempat ke tempat yang lain dalam waktu setengah jam. Sedangkan seorang anak SD baru menyelesaikan usaha yang sama dalam waktu setengah hari. Jika dilihat dalam perspektif usaha, kedua orang tersebut melakukan usaha yang sama, padahal kedua orang tersebut melakukannya dengan kecepatan yang berbeda. Sebuah besaran yang bernama **daya** dimunculkan untuk mengantisipasi persoalan ini.

Daya (*power*) merupakan besaran fisika yang menggambarkan tentang seberapa cepat sebuah usaha dilakukan. Secara lebih presisi daya didefinisikan sebagai *laju usaha yang dilakukan*. Sebagaimana usaha dan energi, daya juga sebuah besaran skalar.

Ketika sejumlah usaha ΔW dilakukan selama selang waktu Δt, usaha rata-rata persatuan waktu atau daya rata-rata (*average power*) P_{rt} didefinisikan sebagai:

$$P_{rt} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad (20)$$

Dengan mendekatkan harga Δt dengan nol, $\Delta t \longrightarrow 0$, diperoleh harga daya sesaat.

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} \tag{21}$$

Atau jika ditampilkan dalam bentuk persamaan diferensial:

$$P = \frac{dW}{dt} \tag{22}$$

Satuan daya adalah joule/sekon yang dalam sistem SI disebut **watt**.

Dengan mensubtitusikan persamaan usaha $W = \boldsymbol{Fx}$, daya dapat dinyatakan dalam gaya yang bekerja dan kecepatannya.

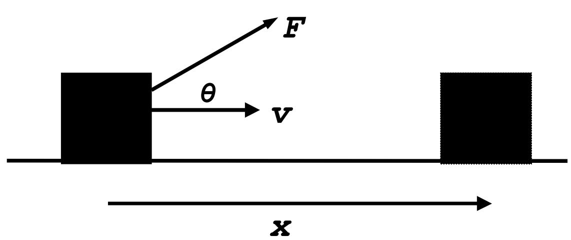
$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d(\vec{F} \circ \vec{x})}{dt} \tag{23}$$

Jika gaya konstan, maka:

$$P = \vec{F}\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{F} \circ \vec{v} \tag{24}$$

Atau dalam bentuk skalar dituliskan:

$$P = Fv\cos\theta \tag{25}$$



Gambar 7. Daya dalam F dan v

Contoh Soal:

Sebuah iklan menyebutkan bahwa mobil tertentu (yang massanya 1200 kg) dari keadaan diam dapat mencapai kecepatan 25 m/s dalam waktu 8 s. Berapakah daya rata-rata mesin mobil itu? Anggap tidak ada gesekan.

Penyelesaian:

Usaha yang diperlukan untuk menggerakan mobil:

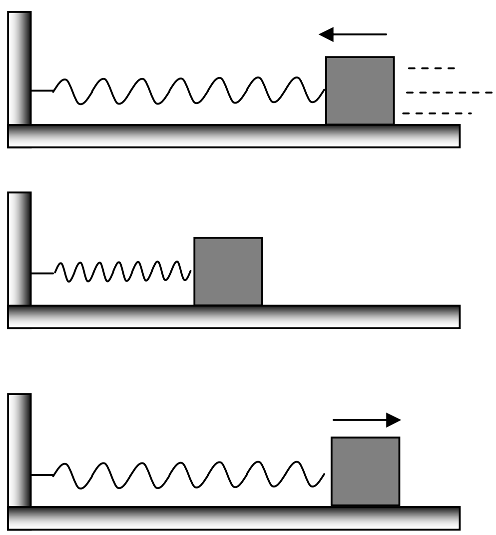
$W = \Delta K = 1/2\ mv_2^2 - 1/2\ mv_1^2$

$W = ½\ m\ (v_2^2 - 0) = ½\ (1200\ kg)\ (25\ m/s)^2$

Waktu yang digunakan untuk mlakukan usaha tersebut adalah 8 s, sehingga daya:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1/2(1200)(25)^2}{8} = 46{,}9\ \text{kW}$$

4. GAYA KONSERVATIF DAN ENERGI POTENSIAL



Gambar 8. Sistem Balok-Pegas

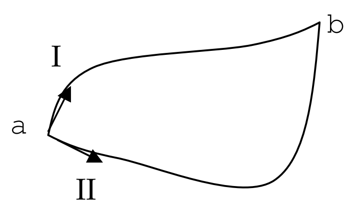
Sebuah pegas salah satu ujungnya diikatkan pada dinding. Kemudian sebuah balok bermassa *m* diluncurkan dengan kecepatan *v* langsung ke arah pegas. Bidang datar licin sempurna dan pegas dalam keadaan ideal (memenuhi hukuk hooke), yaitu *F=-kx.* Dalam hal ini F adalah gaya yang dilakukan oleh pegas bila ujung bebasnya digeser sejauh x.

Setelah balok menyentuh pegas, lajunya terus berkurang (yang juga berarti energi kinetiknya berkurang) hingga akhirnya berhenti (yang juga berarti energi kinetiknya habis). Setelah itu balok bergerak kembali pada arah yang berlawanan dengan arah gerak semula karena terdorong oleh pegas. Balok memperoleh laju dan energi kinetik kembali, dan ketika kembali ke posisi kontak pertama dengan pegas, ternyata dijumpai bahwa laju dan tenaga kinetiknya sama seperti semula, hanya arah geraknya yang berubah.

Keadaan tersebut menggambarkan bahwa pada bagian awal gerakannya, balok kehilangan energi kinetiknya, namun ia memperoleh semuanya kembali pada bagian gerak yang kedua, yaitu ketika berbalik ke titik semula. Jelas bahwa setelah perjalanan pulang-pergi, kemampuan balok melakukan usahanya tetap sama, kemampuannya kekal.

Gaya elastik yang dilakukan oleh pegas dan gaya lain yang serupa, disebut sebagai gaya konservatif. Gaya gravitasi juga konservatif; jika sebuah bola dilemparkan dari tangan ke atas, ia akan kembali ke tangan dengan energi kinetik yang sama seperti ketika ia lepas dari tangan.

Berdasarkan uraian di atas, gaya konservatif ***F*** didefinisikan sebagai gaya yang memenuhi sifat: *Usaha yang dilakukan oleh gaya tersebut hanya bergantung pada posisi awal dan akhir benda, dan tidak bergantung pada lintasan perpindahan benda.* Karena itu, untuk sebuah usaha yang dilakukan pada lintasan yang berbentuk melingkar (kembali ke posisi awal) nilai usaha yang dilakukan oleh gaya konservatif selalu nol. Lihat gambar,

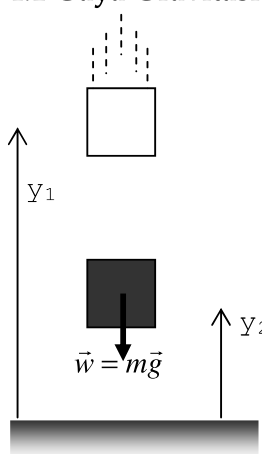


Gambar 9. Gaya Konservatif: usaha tidak bergantung pada lintasan, melainkan hanya pada posisi awal dan akhir.

Jadi untuk gaya konservatif, kedua lintasan I dan II menghasilkan nilai usaha yang sama, $W_1 = W_2$. Sehingga, jika suatu gaya konservatif melakukan usaha dari a ke b melalui lintasan I, kemudian dari b kembali ke a melalui lintasan II, maka usaha total yang dilakukan oleh gaya konservatif tersebut adalah NOL. Beberapa contoh gaya konservatif adalah gaya gravitasi dan gaya pegas.

Pada contoh sistem balok-pegas sebagaimana yang telah diuraikan sebelumnya, memperlihatkan keberadaan energi yang berhubungan dengan posisi suatu benda dalam sistem. Energi jenis ini mengukur *potensial* atau *kemungkinan* usaha yang dilakukan; ketika balok menekan pegas sampai jarak x tertentu, terdapat potensi untuk melakukan usaha yang dilakukan oleh pegas kepada balok. Besar kecilnya usaha tersebut ditentukan oleh panjang/pendeknya posisi (x) balok menekan pegas. Energi semacam ini, yaitu energi yang berhubungan dengan posisi dinamakan *Energi Potensial.*

4.1 Gaya Gravitasi dan Energi Potensial Gravitasi



Gambar 10.
Gerak Jatuh Bebas

Sebuah benda bermassa m bergerak sepanjang sumbu y (vertikal), seperti terlihat pada gambar. Gaya yang bekerja pada benda tersebut adalah gaya berat w = mg.Benda jatuh ke bawah searah dengan arah gaya berat, sehingga usaha yang dilakukan oleh gaya berat untuk menjatuhkan box dari posisi y_1 ke y_2 ($y_1 > y_2$) adalah:

$$W_{grav} = Fs = W(y_1 - y_2) = mgy_1 - mgy_2 \quad (26)$$

Persamaan (26) tetap berlaku jika benda dilemparkan ke atas. Pada kasus semacam ini $y_1 < y_2$ sehingga $y_1 - y_2$ hasilnya negatif dan W_{grav} juga negatif, hal ini karena gaya berat berlawanan arah dengan perpindahan benda.

Melalui Persamaan (26) telah ditunjukan suatu besaran baru sebagai hasil kali antara gaya berat *mg* dengan ketinggian *y* di atas titik pusat koordinat. Besaran tersebut dinamakan *Energi Potensial Gravitasi,* U. Sehingga:

$$U = mgy \quad (27)$$

Nilai awal energi potensial dinyatakan sebagai $U_1=mgy_1$, sedangkan nilai akhirnya adalah $U_2=mgy_2$. Perubahan U adalah pengurangan nilai akhir dengan nilai awal, $\Delta U=U_2-U_1$.

Sehingga usaha gravitasi W_{grav} dapat dinyatakan:

$$W_{grav} = U_1 - U_2 = -(U_2 - U_1) = -\Delta U \tag{28}$$

Tanda negatif di depan ΔU memiliki makna yang sangat penting. Jika benda naik, maka usaha yang dilakukan oleh gaya berat bernilai negatif, karena arah gaya berlawanan dengan arah perpindahan. Namun ketika benda naik, y akan semakin besar, akibatnya energi potensial gravitasi akan bertambah ($\Delta U>0$). Begitupun sebaliknya, pada saat benda turun, usaha gravitasi positif, namun karena y berkurang, maka energi potensial gravitasi juga berkurang ($\Delta U<0$). Jadi jika W_{grav} Positif, maka ΔU negatif, begitu sebaliknya.

4.1.a Kekekalan Energi Mekanik Akibat Gaya Gravitasi

Bagian ini akan mencoba memperlihatkan bagaimana bentuk hukum kekekalan energi pada peristiwa gerak jatuh bebas dengan menganggap hanya gaya berat yang bekerja. Anggaplah laju benda pada y_1 adalah v_1, sedangkan laju pada y_2 adalah v_2. Berdasarkan teorema usaha-energi, perubahan energi kinetik benda tersebut diberikan oleh;

$$W_{tot} = K_2 - K_1 \tag{29}$$

Jika hanya gaya gravitasi yang bekerja pada benda, maka usaha total menjadi:

$$W_{tot} = W_{grav} = -\Delta U = U_1 - U_2 \tag{30}$$

Dengan menyamakan kedua Persamaan (29) dan (30) tersebut, maka diperoleh:

$$\Delta K = -\Delta U \text{ atau } K_2 - K_1 = U_1 - U_2 \tag{31}$$

Persamaan (31) dapat dituliskan:

$$K_1 + U_1 = K_2 + K_2 \qquad (32)$$

Atau

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 \qquad (33)$$

Penjumlahan energi kinetik dengan energi potensial didefinisikan sebagai energi mekanik total, ***E.*** Dengan demikian dapat dikatakan bahwa persamaan di atas merupakan bentuk hukum kekekalan energi untuk sebuah sistem dimana hanya gaya gravitasi yang bekerja.

$$E = K + U = \text{konstan}. \qquad (34)$$

Contoh Soal:

Sebuah peluru ditembakan dengan kecepatan awal 20 m/s ke atas. Berapa ketinggian yang telah dicapai peluru pada saat kecepatannya tinggal 8 m/s? Gesekan udara diabaikan.

Penyelesaian:

Dari Persamaan (32) dapat diturunkan persamaan sbb:

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_2 - mgy_1 = 0$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mg(y_2 - y_1) = 0$$

Dengan menyelesaikan $y_2 - y_1$ akan diperoleh ketinggian

$$y_2 - y_1 = -(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}) = -(\frac{8^2 - 20^2}{2(9{,}8)}) = 17{,}1\ \text{m}$$

4.1.b Kekekalan Energi Mekanik Jika Terdapat Gaya Lain di Luar Gaya Gravitasi

Jika terdapat gaya lain (F_{lain}) di luar gaya gravitasi yang juga turut bekerja pada benda, maka hal ini juga bermakna terdapat usaha lain (W_{lain}) yang dilakukan oleh gaya tersebut kepada benda.

Dengan demikian, usaha total yang bekerja pada benda adalah:

$W_{tot}=W_{grav}+W_{lain}$ (35)

Padahal menurut teorema usaha-energi, usaha total merupakan perubahan energi kinetik, maka:

$W_{lain} + W_{grav} = K_2 - K_1$ (36)

W_{grav} diuraikan sebagai U_1-U_2, diperoleh:

$W_{lain} + (U_1-U_2) = K_2 - K_1$ (37)

Sekarang, Persamaan (37) tersebut ditata ulang dan diperoleh:

$W_{lain} + K_1 + U_1 = K_2 + U_2$ (38)

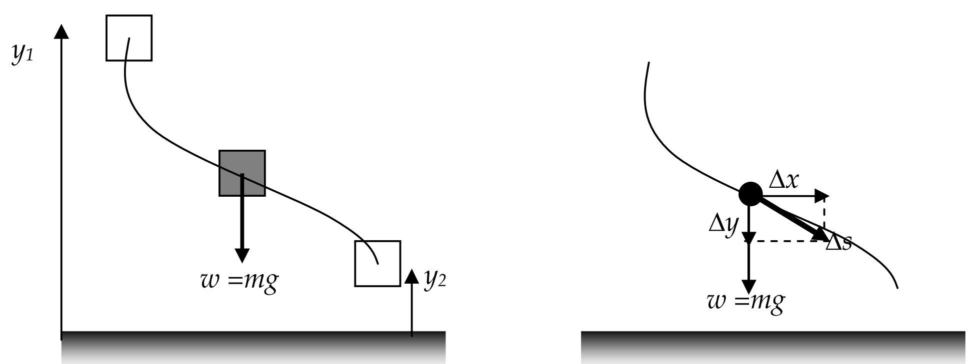
Jika masing-masing suku diuraikan, diperoleh:

$$W_{lain} + \frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 \quad (39)$$

Persamaan (39) merupakan formulasi hukum kekekalan energi yang melibatkan gaya lain dan gaya gravitasi secara bersamaan. Gaya lain dapat berupa gaya gesekan udara.

4.1.c Energi Potensial Gravitasi untuk Gerak pada Lintasan Melengkung

Pada bagian sebelumnya telah diturunkan persamaan hukum kekekalan energi pada peristiwa gerak jatuh bebas di mana lintasan yang dilalui benda lurus vertikal. Apa yang terjadi jika lintasan berbentuk lengkung?



Gambar 11. Gerakan benda pada lintasan lengkung

Pada benda bekerja gaya gravitasi $w = mg$. Untuk mencari berapa usaha yang dikerjakan oleh gaya gravitasi selama perpindahan, dilakukan dengan cara membagi lintasan menjadi bagian-bagian yang sangat kecil, Δs. Untuk lebih menyederhankan persoalan, digunakan vektor satuan $\hat{i}$ pada sumbu x dan vektor satuan $\hat{j}$ pada sumbu y. Dengan demikian gaya berat dituliskan sebagai:

$$\vec{w} = m\vec{g} = -mg\ \hat{j} \tag{40}$$

Sedangkan vektor perpindahan $\Delta\mathbf{s}$ dituliskan:

$$\Delta\vec{s} = \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j} \tag{41}$$

Sehingga usaha yang dilakukan oleh gaya berat adalah:

$$W_{grav} = -mg\hat{j} \circ (\Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j}) = -mg\Delta y \tag{42}$$

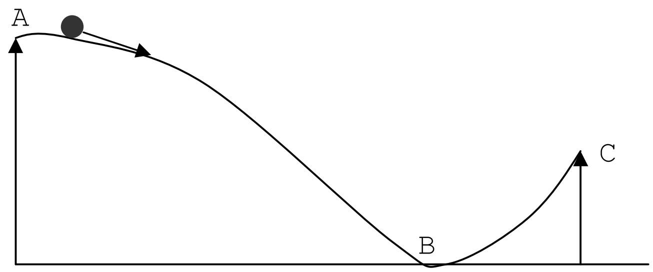
Usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi sama seolah benda hanya mengalami perpindahan vertikal Δy, tanpa perpindahan horisontal. Hal ini berlaku sama untuk setiap bagian, sehingga usaha total yang dilakukan oleh gaya gravitasi adalah perkalian $-mg$ dengan perpindahan vertikal total $(y_2 - y_1)$.

$$W_{grav} = -mg(y_2 - y_1) = mgy_1 - mgy_2 = U_1 - U_2 \tag{43}$$

Persamaan (43) menunjukan bahwa meskipun lintasan benda berupa kurva/lengkungan, usaha total yang dilakukan oleh gaya gravitasi hanya bergantung pada ketinggian awal dan ketinggian akhir.

Contoh soal:

Sebutir manik-manik dapat bergeser tanpa gesekan berarti melalui kawat (Gambar 12) Jika laju pada titik A adalah 200 cm/s, a) Berapa laju dititik B? b) Berapa laju di titik C?



Gambar 12. Lintasan manik-manik

Penyelesaian:

Bentuk lintasan tidak mempengaruhi energi mekanik sistem. Sehingga kita hanya perlu melihat perbedaan ketinggian awal dan akhir saja. Maka untuk menyelesaikan kasus ini, digunakan Persamaan (32) yang telah ditata ulang sbb:

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mg(y_2 - y_1) = 0$$

a) Di sini v_1= 2 m/s, y_1=0,8 m dan y_2=0, maka v_2=4,44 m/s

b) Di sini v_1= 2 m/s, y_1=0,8 m dan y_2=0,5 maka v_2=3,14 m/s

4.2 Gaya Pegas dan Energi Potensial Elastis

Ketika seoarang anak bermain ketapel, usaha dilakukan pada karet oleh gaya yang meregangkannya. Usaha tersebut akan disimpan hingga anak tersebut melepaskannya. Ketika karet dilepaskan, maka karet akan memberikan energi kinetik pada peluru.

Contoh tersebut menunjukan adanya usaha yang dilakukan oleh sistem untuk mengumpulkan energi yang kemudian diubah menjadi energi kinetik. Energi yang tersimpan pada suatu benda elastis pada saat ditekan/diregangkan atau pada saat mengalami deformasi disebut sebagai energi potensial elastis.

Pegas jika ditekan/diregangkan pada jarak x dari titik kesetimbangan akan memberikan gaya pada arah yang berlawanan dengan arah penekanan/ peregangannya dengan maksud agar ia kembali pada posisi semula. Pada keadaan semacam ini dikatakan pegas sedang memberikan gaya pemulih. Berdasarkan hukum hooke, gaya pemulih pada pegas didefinisikan sebagai $F = - kx$, maka energi potensial elastis yang dimiliki pegas dapat diturunkan melalui cara sebagai berikut:

$$U = -W = -\int_{x1}^{x2} F dx \tag{44}$$

F pada Persamaan (44) diganti dengan persamaan hukum hooke, F=-kx, sehingga diperoleh:

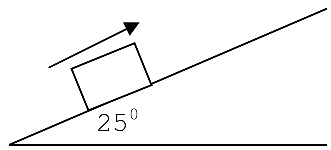
$$U = -\int_{x1}^{x2} (-kx) dx \tag{45}$$

Penyelesaian Persamaan (45) menghasilkan:

$$U = \int_{x1}^{x2} (kx) dx = \frac{1}{2} k x_2{}^2 - \frac{1}{2} k x_1{}^2 \tag{46}$$

Soal Latihan

1. Sebuah balok 500 g dilemparkan naik ke sebuah bidang yang memiliki kemiringan 25^0 dengan kecepatan awal 200 cm/s. Seberapa jauhkah balok itu akan naik ke lereng, jika koefisien gesekan antara balok dan permukaan lereng adalah 0,15?



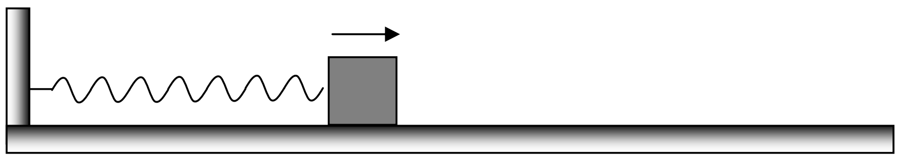
Gambar 13

2. Seseorang dengan berat 600 N naik di atas sebuah timbangan yang di dalamnya terdapat pegas kaku. Akibat beban dari orang tersebut, pegas tertekan sejauh 1,0 cm ke bawah. Tentukan konstanta pegas dan usaha total yang dilakukan oleh pegas selama penekanan.
3. Anda melempar bola yang bermassa 0,145 kg ke udara. Tangan anda telah bergerak sampai ketinggian 0,5 m pada saat bola meninggalkan tangan dengan kecepatan 20 m/s ke atas. Dengan mengasumsikan anda memberi gaya ke atas yang konstan pada bola, carilah besar gaya tersebut!
4. Pada saat belajar Gerak Pluru, telah diturunkan persamaan tinggi maksimum h dari peluru yang diluncurkan dengan laju awal v_o dan sudut θ_o :

$$h = \frac{v_0^{\,2} \sin^2 \theta_0}{2g} ,$$

sekarang turunkan persamaan tersebut menggunakan prinsip energi!
5. Sebuah balok bermassa 0,1 kg berada di atas suatu permukaan datar dan terikat pada ujung sebuah pegas (konstanta pegas sebesar 20 N/m), seperti yang ditunjukan pada Gambar 13. Ujung pegas lainnya terikat di dinding. Mulanya pegas tidak teregang dan balok bergerak

dengan kecepatan awal 1,5 m/s ke kanan. Tentukan perpindahan maksimum balok bergerak ke kanan a) jika permukaan licin sempurna sehingga tidak ada gesekan dan, b) jika permukaan cukup kasar sehingga terjadi gesekan kinetik dengan koefisien μ_k = 0,47.



Gambar 14. Balok Bergerak Yang Ditahan Oleh Usaha Dari Pegas

Kunci Jawaban:

1. Mula-mula dicari gaya gesekan pada balok, $f = \mu F_N = \mu(mg\cos 25^0)$

   Ketika balok naik sejauh s, ketinggiannya bertambah s sin 25^0. Dengan demikian teorema usaha-energi dituliskan sbb:

   -f s = ½ m (v_2^2-v_1^2) + mg (s sin 25^0)

   Dengan memasukan semua nilai ke persamaan tersebut, akan diperoleh s = 0,365 m.

2. k= f/x = (-600 N)/(-0,01 m)=60.000 N/m

   W = ½ kX^2= ½ (60.000 N/m) (-0,01 m)^2=3 J

3. Dari kekekalan energi:

   W_{lain} =(K_2 - K_1) + (U_2 - U_1)

   W_{lain}=[(½ (0,145 kg) (20 m/s)^2 – 0]+[0+(0,145 kg)(9,8 m/s^2) (-0,50m)

   = -0,71 J

   Jika dihubungkan dengan gaya, maka:

   W_{lain}=F (y_2 – y_1)

   F = (-0,71 J)/(0,5 m)= 59 N

4. Kekekalan energi memberikan:

   K_1 + U_1 = K_2 +U_2

   ½ m (v_{1x}^2 +v_{1y}^2) +0 = ½ m (v_{2x}^2 +v_{2y}^2)+ mgh

   Semua ruas dikalikan dengan 2/m, diperoleh :

   v_{1x}^2 +v_{1y}^2 = v_{2x}^2 +v_{2y}^2+ 2gh

   Pada gerak peluru, v_{1x} = v_{2x}, dan pada titik tertinggi v_{2y} = 0,sehingga diperoleh:

   v_{1y}=2gh, padahal v_{1y} merupakan komponen y dari kecepatan awal (v_o sin θ_o), sehingga :

$$h = \frac{v_0^{\ 2}\sin^2\theta_0}{2g}$$

5. Dari teorema usaha-energi:

   $-\frac{1}{2} kX^2 = 0 - \frac{1}{2} mv_1^2$

   a) Jika tanpa gesekan, Jadi jarak perpindahan balok, X:

   $$X = v_1\sqrt{\frac{m}{k}} = (1{,}5\ \text{m/s})\sqrt{\frac{0{,}1\ \text{kg}}{20\ \text{N/m}}} = 0{,}106\ \text{m} = 10{,}6\ \text{cm}$$

   b) Jika terdapat gesekan, jarak prpindahan X:

   $W_{gesek} + W_{el} = K_2 - K_1$

   $-\mu_k mgX - 1/2kX^2 = 0 - 1/2mv_1^2$

   Jika kita masukan nilai-nilainya, maka diperoleh:

   X = 0,086 m= 8,6 cm