

MATERI 10

MINIMUM DAN MAKSIMUM FUNGSI

MINIMUM DAN MAKSIMUM DARI FUNGSI

Untuk melakukan optimisasi, yaitu mendapatkan solusi optimal, kita harus mendapatkan maksimum atau minimum dari fungsi pada suatu interval. Dalam hal ini MATLAB menggunakan metode numerik untuk menemukan minimum dari suatu fungsi. Algoritma yang digunakannya iteratif, yaitu suatu proses berulang.

Misalkan kita ingin mencari minimum x_{\min} dari fungsi $f(x)$.

$$f(x_{\min}) = \min_x f(x)$$

Metode iteratif ini membutuhkan tebakan awal x_0 . Dari nilai awal ini akan diperoleh nilai berikutnya, x_1 , yang diharapkan semakin mendekati x_{\min} . Seberapa dekat x_1 ke x_{\min} tergantung pada metode numerik yang digunakan. Proses iterasi ini berlanjut hingga nilai x_i yang mendekati dengan akurasi tertentu diperoleh, di mana $|x_{\min} - x_i|$ cukup kecil.

Dalam MATLAB tidak ada *command* untuk menentukan maksimum suatu fungsi $f(x)$, namun dalam hal ini bisa digunakan fungsi $g(x) = -f(x)$ untuk dicari minimumnya.

fminbnd('fcn',x1,x2)	menghitung minimum dari fungsi satu variabel fcn pada interval x1 < x < x2 . Jika minimum-lokal tidak ditemukan, hasilnya ialah nilai x terkecil pada interval tadi.
fminsearch('fcn',x0)	menghitung minimum dari fungsi multi variabel fcn dengan tebakan awal berupa vektor x0 .

Langkah-langkah untuk mencari titik balik minimum dari sebuah fungsi suku banyak.

Contoh:

Tentukan titik balik minimum dari fungsi $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 4$

Langkah 1: mendefinisikan fungsi

Tanpa menggunakan ekspresi simbolik, sebuah fungsi dapat didefinisikan dengan menggunakan perintah **inline**.

```
>>f= inline('1/3*x^3-2*x^2+3*x+4')
```

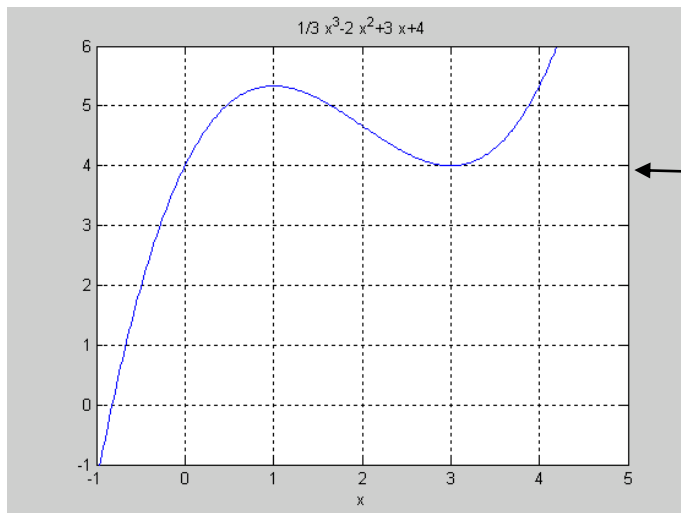
Langkah 2: menentukan interval letak titik balik minimum

Untuk menentukan interval titik balik minimum, terlebih dahulu perlu digambar grafiknya.

```
>>ezplot(f),grid
```

Jika grafik kurang jelas, intervalnya dapat diatur sbb

```
>>ezplot(f, [-1,5, -1,6])
```



Dari grafik tersebut tampak bahwa interval titik balik minimum berada pada interval (2,4).

Langkah 3: menentukan absis titik balik minimum dengan perintah `fminbnd`

Sintaks perintah: `fminbnd(f,x1,x2)`

dengan :

`f` adalah nama fungsi yang didefinisikan dengan perintah `inline` di langkah 1
`x1,x2` adalah nilai pada interval (x1,x2), letak titik balik minimum terjadi.

Maka perintahnya adalah:

```
>> xmin =fminbnd(f,2,4)
xmin =
        3.0000
```

Langkah 4: menentukan ordinat titik balik minimum

Ordinat titik balik minimum ditentukan dengan cara memasukkan nilai absis pada langkah 3 (`xmin`) ke dalam fungsi.

```
>> ymin =f(xmin)
ymin =
        4.0000
```

Berdasarkan hasil pada langkah 3 dan 4, maka diperoleh titik balik minimum fungsi

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ adalah di (3,4).

MAKSIMUM FUNGSI

Perintah `fminbnd` juga dapat dimanfaatkan untuk mencari titik balik maksimum. Berikut ini contoh langkah-langkah mencari titik balik maksimum suatu fungsi.

Contoh:

Tentukan titik balik maksimum dari fungsi $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 4$

Langkah 1: mendefinisikan fungsi cerminan dari fungsi yang diketahui

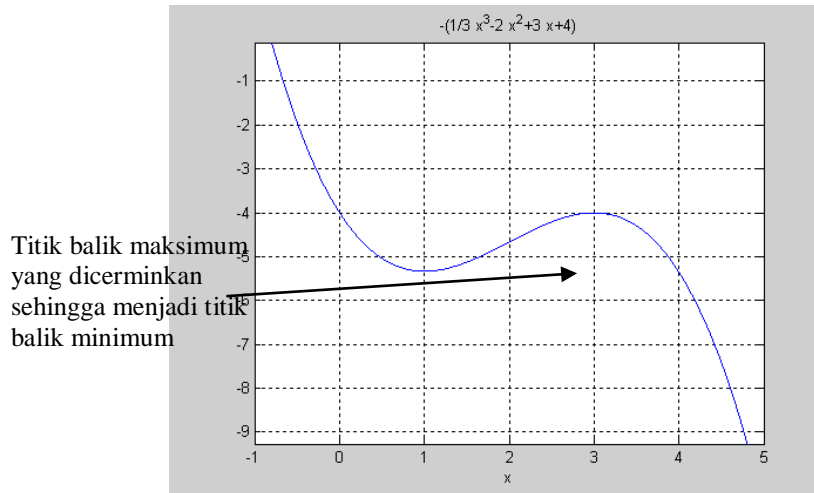
Karena perintah `fminbnd` hanya berfungsi untuk mencari titik minimum, maka fungsi yang ada harus dicerminkan terhadap sumbu x (dibalik), sehingga titik balik maksimum akan menjadi titik balik minimum.

Fungsi cerminan didefinisikan dengan cara memberi tanda – (**minus**) di depan fungsi asal.

```
>>f1= inline('-(1/3*x^3-2*x^2+3*x+4)')
```

Langkah 2: menentukan interval titik balik maksimum

```
>>ezplot(f1,[-1,5])
```



Titik balik maksimum pada grafik tersebut berada pada interval (0,2).

Langkah 3: menentukan absis titik balik maksimum dengan perintah fminbnd

```
>> xmax =fminbnd(f1,0,2)
xmax =
    1.0000
```

Langkah 4: menentukan ordinat titik balik maksimum

Ordinat titik balik minimum ditentukan dengan cara memasukkan nilai xmax ke dalam fungsi semula (f), bukan ke dalam fungsi cerminan (f1).

```
>> ymax=f(xmax)
ymax =
    5.3333
```

Berdasarkan hasil pada langkah 3 dan 4, maka diperoleh titik balik maksimum fungsi $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ adalah di (1, 5.33).

Latihan:

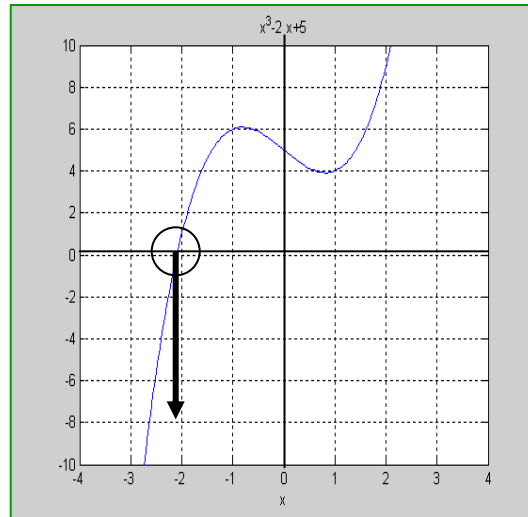
Carilah titik balik minimum dan maksimum dari fungsi

$$f(x) = 4x - x^3$$

$$f(x) = \frac{5x - 6.4}{(x - 1.3)^2 + 0.002} + \frac{9x}{x^3 + 0.03} - \frac{x - 0.4}{(x - 0.92)^2 + 0.005}$$

TITIK NOL

```
>>f= inline('x^3-2*x+5')
>>ezplot(f)
```



Dengan melihat figure diketahui grafik memotong sumbu x di sekitar $x=-2$, maka:

```
>> tno1=fzero(f,-2)
>> yno1 = f(tno1) % mengecek nilai tno1
```

MINIMUM DARI FUNGSI MULTI VARIABEL

Misalkan didefinisikan suatu fungsi dua variabel:

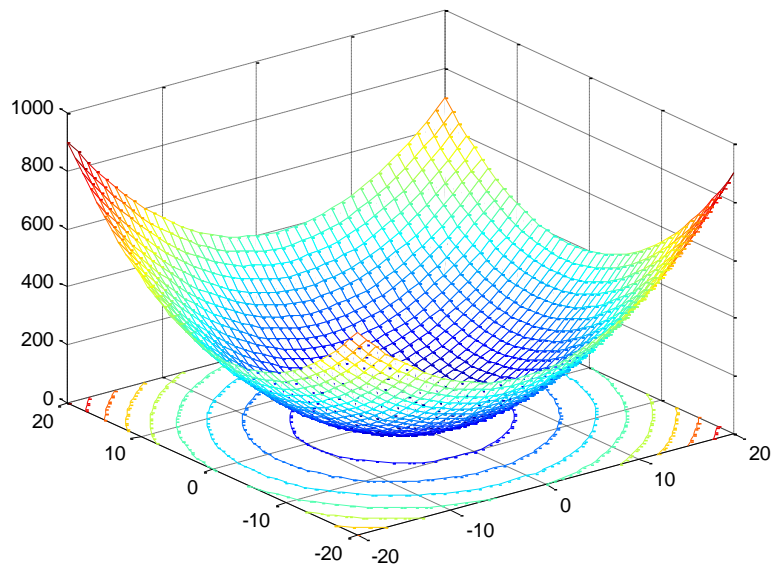
$$g(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - \frac{x_1 x_2}{4} - \sin x_1$$

Definisikan dulu fungsinya

```
g = inline('x(1).^2 + x(2).^2 - 0.25.*x(1).*x(2) - sin(x(1))');
```

Gambar Grafiknya

```
>> x=-20:20;y=x;
>> [X,Y]=meshgrid(x,y);
>> Z=X.^2 + Y.^2 - 0.25.*X.*Y - sin(X);
>> meshc(X,Y,Z)
```



Dari gambar tersebut, dicoba tebakan awal pada titik (1,0):

MINIMUM LOKAL

Minimum lokal dari $f(x)$ di dekat $x=1$ dan $y=0$ (x dan y dilihat dari grafiknya)

```
g = inline('x(1).^2 + x(2).^2 - 0.25.*x(1).*x(2) - sin(x(1))');

Inline function:
g(x) = x(1).^2 + x(2).^2 - 0.25.*x(1).*x(2) - sin(x(1))

>> [x12min,gval] = fminsearch(g,[1, 0])
    x12min =
        0.4560    0.0570

    fval =
        -0.2357
```

Sehingga diperoleh koordinat titik minimumnya (0.4560, 0.0570, -0.2357)

MAKSIMUM LOKAL

Untuk mencari Nilai maksimum jika dilihat dari gambar, tidak terdapat titik yang merupakan maksimumnya, sehingga disini tidak dicari koordinat maksimumnya. Untuk mencari nilai maksimum dari fungsi beberapa variabel, sama halnya dengan fungsi satu variabel, yaitu menggunakan negatif dari fungsinya