

STUDI ALIRAN DAYA LISTRIK^{*)}

Tujuan studi aliran daya adalah :

1. Untuk mengetahui tegangan – tegangan pada setiap simpul yang ada dalam sistem.
2. Untuk mengetahui semua peralatan apakah memenuhi batas – batas yang ditentukan untuk menyalurkan daya yang diinginkan.
3. Untuk memperoleh kondisi mula pada perencanaan sistem yang baru.
4. Pada hubung singkat, stabilitas, pembebanan ekonomis.

Data dan informasi tersebut diperlukan untuk menganalisa keadaan sekarang dari sistem guna perencanaan perluasan sistem selanjutnya yang akan datang.

Dalam perencanaan perluasan sistem dengan melakukan analisa aliran daya ini juga akan dapat diketahui prosedur atau pengoperasian terbaik setelah mempelajari efek-efek tambahan dari sistem yang akan dilakukan dalam perencanaan nantinya, termasuk kemungkinan dalam hal terjadinya gangguan pada sistem tenaga, misalnya lepas atau hilangnya satu atau lebih sentral pembangkit atau saluran transmisi.

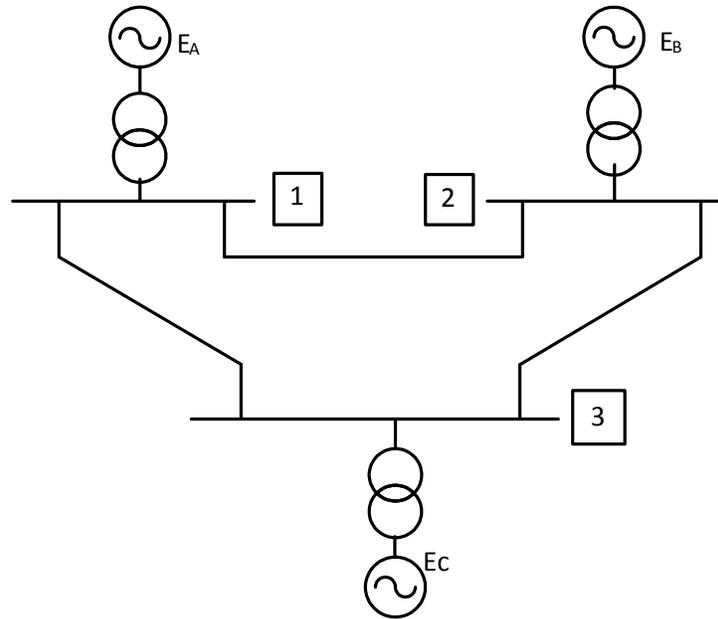
Pada bab ini pembahasan ditekankan pada metoda perhitungan aliran daya Gauss-Sedel dan Newton Raphson, suatu metoda yang kini masih dianggap sistem yang kapabel dan fleksibel pada sistem tenaga listrik.

Persamaan Jaringan

Misalkan suatu jaringan sistim tenaga listrik yang terdiri dari sumber pembangkitan beban adalah ditunjukkan pada gambar 3.1.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno



GANBAR 3.1

SUATU JARINGAN SISTIM TENAGA LISTRIK

Bila resistansi komponen pada sistim jaringan tersebut tidak diabaikan, yaitu :

Z_A = impedansi generator A

Z_B = impedansi generator B

Z_C = impedansi generator C

Z_{t1} = impedansi transformator 1

Z_{t2} = impedansi transformator 2

Z_{t3} = impedansi transformator 3

Z_{ab} = impedansi saluran antara rel 1 dan 2

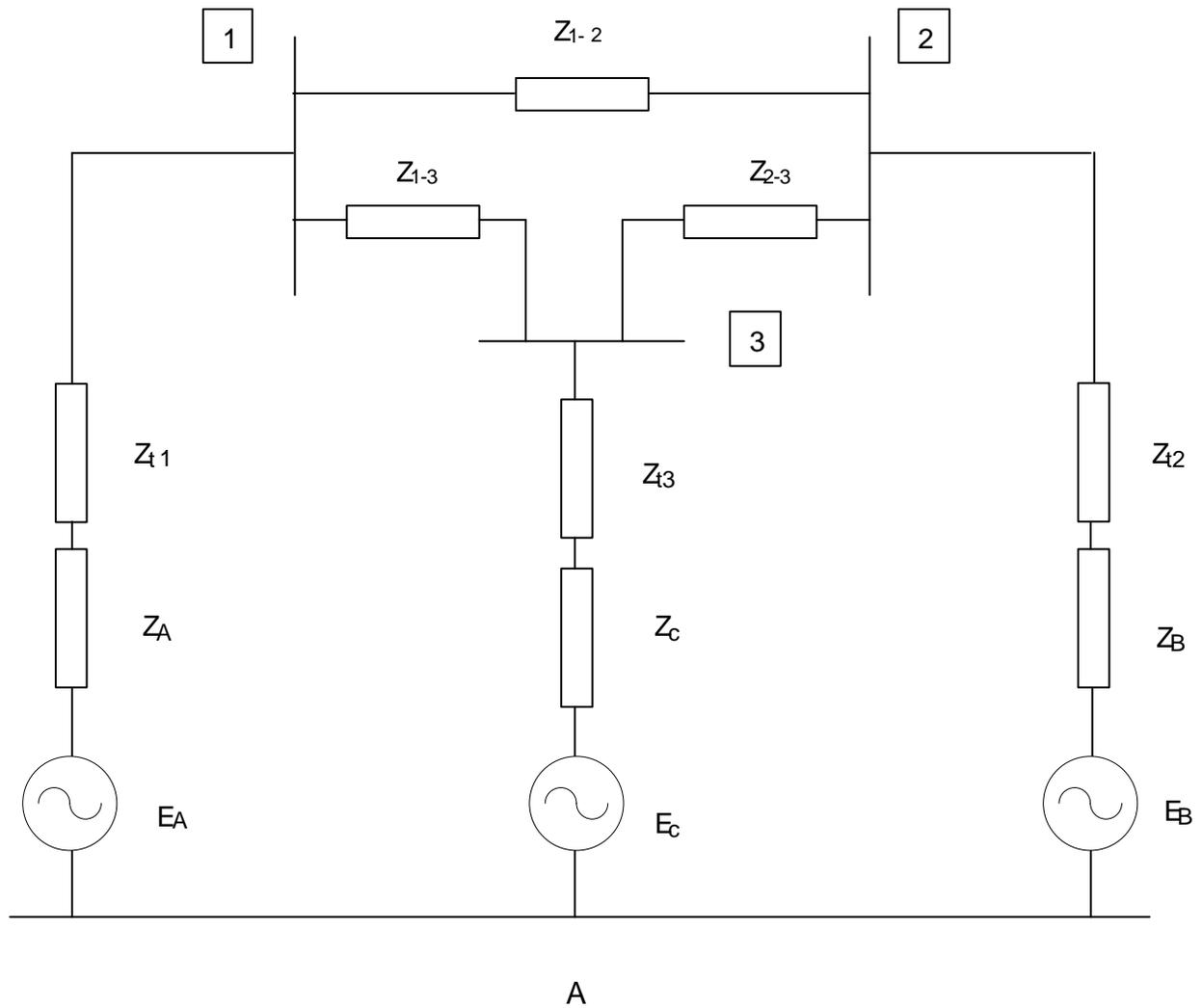
Z_{ac} = impedansi saluran antara rel 1 dan 3

Z_{bc} = impedansi saluran antara rel 2 dan 3

maka rangkain impedansi jaringan dapat ditunjukkan pada Gambar 3.2

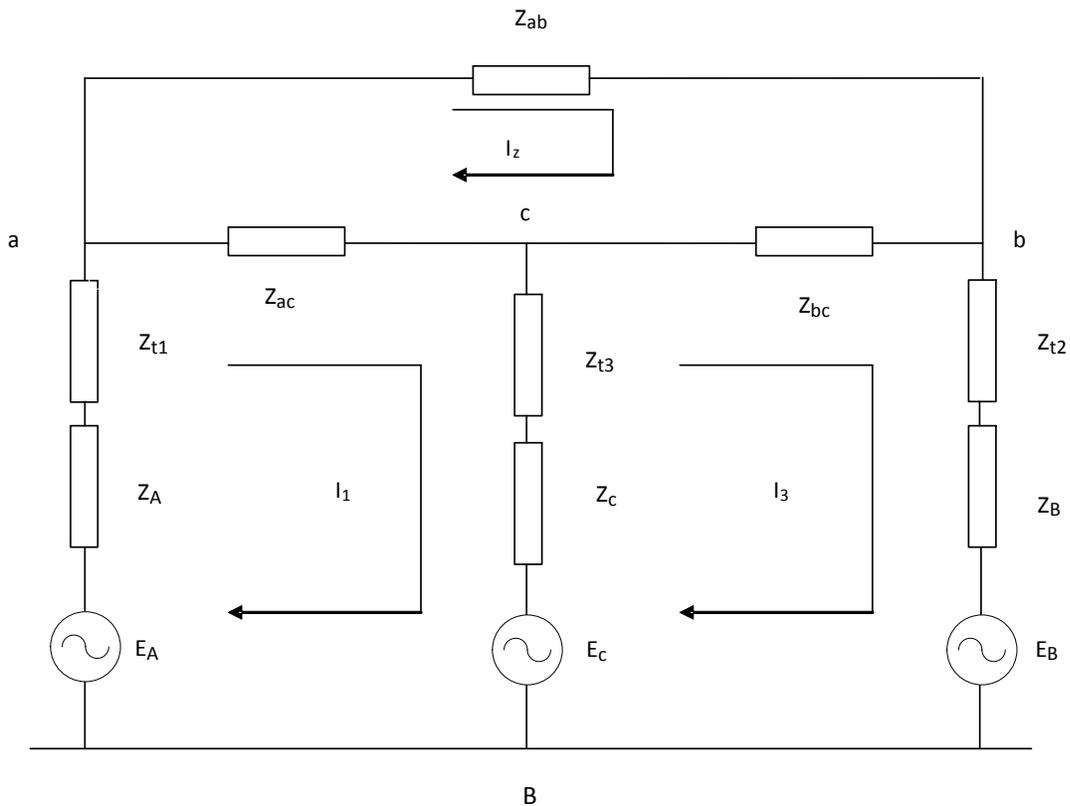
toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno



toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno



GAMBAR 3.2

PENYEDERHANAAN JARINGAN SETARA GAMBAR 3.1

Dari Gambar 3.2 B didapatkan persamaan-persamaan sebagai berikut :

$$I_1 (Z_{t1}+Z_A)+(I_1-I_2)Z_{ac}+(I_1-I_3)(Z_{t3}+Z_c) = E_A-E_C \quad (3.1)$$

$$I_2 \times Z_{ab}+(I_2-I_3)Z_{bc}+(I_2-I_1)Z_{ac} = 0 \quad (3.2)$$

$$(I_3 I_1)(Z_{t3}+Z_c)+(I_3-I_2)Z_{bc}+I_3(Z_{t2}+Z_b) = E_C - E_B \quad (3.3)$$

Persamaan (3.1), (3.2) dan (3.3) dapat disederhanakan menjadi :

$$I_1(Z_{t1}+Z_A+Z_{ac}+Z_{t2}+Z_c)-I_2Z_{ac}-I_3(Z_{t3}+Z_c) = E_A - E_C \quad (3.4)$$

$$-I_1 Z_{ac}+I_2(Z_{ab}+Z_{bc}+Z_{ac})-I_3 Z_{bc} = 0 \quad (3.5)$$

$$-I_1 (Z_{t3}+Z_c)-I_2 Z_{bc}+I_3(Z_{t3}+Z_c+Z_{t2}+Z_B+Z_{bc}) = E_C - E_B \quad (3.5)$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

Bila dimisalkan :

$$Z_{t1} + Z_A + Z_{ac} + Z_{t2} + Z_c = Z_{11}$$

$$Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ac} = Z_{22}$$

$$Z_{t3} + Z_c + Z_{bc} + Z_{t2} + Z_B = Z_{33}$$

$$-Z_{ab} = Z_{12} = Z_{21}$$

$$-Z_{bc} = Z_{23} = Z_{32}$$

$$-(Z_{t3} + Z_c) = Z_{13} = Z_{31}$$

V_1 adalah jumlah tegangan pada persamaan (3.2)

V_2 adalah jumlah tegangan pada persamaan (3.2)

V_3 adalah jumlah tegangan pada persamaan (3.3)

Maka persamaan akan menjadi :

$$I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} + I_3 Z_{13} = V_1 \quad (3.7)$$

$$I_1 Z_{21} + I_2 Z_{22} + I_3 Z_{23} = V_2 \quad (3.8)$$

$$I_1 Z_{31} + I_2 Z_{32} + I_3 Z_{33} = V_3 \quad (3.9)$$

Persamaan-persamaan tersebut diatas juga dapat dinyatakan dalam bentuk umum menjadi:

$$\sum I_k Z_{kn} = V_k \quad (3.10)$$

Bila dinyatakan dalam matrik adalah :

$$\begin{array}{l} | I_1 | | Z_{11} Z_{12} Z_{13} \dots Z_{1n} | | V_1 | \\ | I_2 | | Z_{21} Z_{22} Z_{23} \dots Z_{2n} | | V_2 | \\ | I_3 | | Z_{31} Z_{32} Z_{33} \dots Z_{3n} | | V_3 | \\ | \dots | | \dots \dots \dots \dots \dots | | \dots | \end{array}$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$\begin{bmatrix} \dots & | & | & \dots & \dots & \dots & | & | & \dots \end{bmatrix}$$

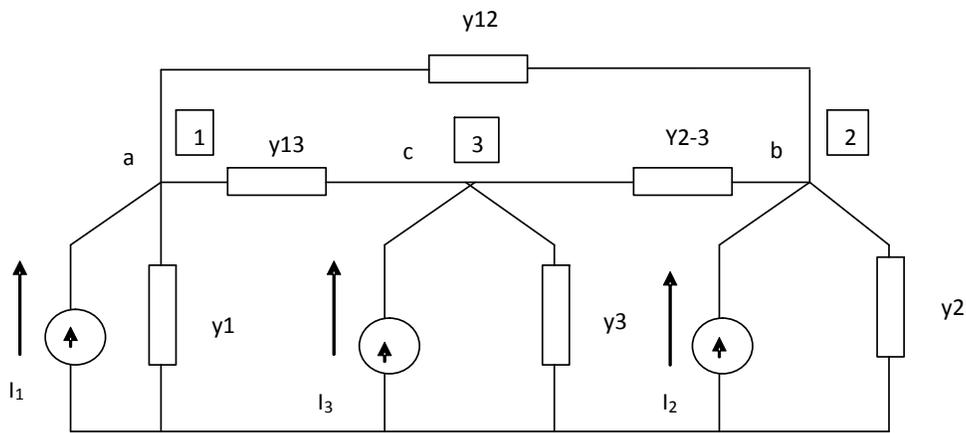
$$\begin{bmatrix} I_n & | & | & Z_{n1} & Z_{n2} & Z_{n3} & \dots & Z_{nn} & | & | & V_n \end{bmatrix}$$

Atau

$$[I][Z] = [V] \quad (3.11)$$

Memudahkan kita mengingatnya berdasarkan rumus arus diperkalikan impedansi adalah sama dengan tegangan.

Rangkaian pada gambar 3.2 B dapat juga dirubah menjadi rangkaian dengan sumber arus dan admitansi yang ditunjukkan pada gambar 3.3.



GAMBAR 3.3

RANGKAIAN SETARA GAMBAR 3.2 B

Hubungan antara impedansi Z pada Gambar 3.2 B dan admitansi Y pada Gambar 3.3 adalah :

$$Y_{ab} = \frac{1}{Z_{ab}}$$

$$Y_{ac} = \frac{1}{Z_{ac}}$$

$$Y_{bc} = \frac{1}{Z_{bc}}$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$Y_a = \frac{1}{Z_{t1} + Z_A}$$

$$Y_b = \frac{1}{Z_{t2} + Z_B}$$

$$Y_c = \frac{1}{Z_{t3} + Z_C}$$

$$I_1 = \frac{E_A}{Z_{t1} + Z_A}$$

$$I_2 = \frac{E_B}{Z_{t2} + Z_B}$$

$$I_3 = \frac{E_C}{Z_{t3} + Z_C}$$

Maka diperoleh persamaan – persamaan sebagai berikut :

$$(V_a - V_b) Y_{ab} + (V_a - V_c) Y_{ac} + V_a Y_a = I_1 \quad (3.12)$$

$$(V_b - V_a) Y_{ab} + (V_b - V_c) Y_{bc} + V_b Y_b = I_2 \quad (3.13)$$

$$(V_c - V_a) Y_{ac} + (V_c - V_b) Y_{bc} + V_c Y_c = I_3 \quad (3.14)$$

Penyederhanaan persamaan tersebut adalah :

$$V_a (Y_{ab} + Y_{ac} + Y_a) - V_b Y_{ab} - V_c Y_{ac} = I_1 \quad (3.15)$$

$$- V_a (Y_{ab}) + V_b (Y_{ab} + Y_{bc} + Y_b) - V_c Y_{bc} = I_2 \quad (3.16)$$

$$- V_a (Y_{ac}) - V_b Y_{bc} + V_c (Y_{ac} + Y_{bc} + Y_c) = I_3 \quad (3.17)$$

Bila dimisalkan :

$$Y_{ab} + Y_{ac} + Y_a = Y_{11}$$

$$Y_{ba} + Y_{bc} + Y_b = Y_{22}$$

$$Y_{ca} + Y_{cb} + Y_c = Y_{33}$$

$$- Y_{ab} = Y_{12} ; - Y_{ac} = Y_{13} ; - Y_{bc} = Y_{23}$$

$$V_a = V_1 ; V_b = V_2 ; V_c = V_3$$

$$V_{ab} = V_{12} ; V_{bc} = V_{23} ; V_{ac} = V_{33}$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

Maka persamaan – persamaan tersebut di atas akan menjadi :

$$V_1 Y_{11} + V_2 Y_{12} + V_3 Y_{13} = I_1 \quad (3.18)$$

$$V_1 Y_{12} + V_2 Y_{22} + V_3 Y_{23} = I_2 \quad (3.19)$$

$$V_1 Y_{13} + V_2 Y_{23} + V_3 Y_{33} = I_3 \quad (3.20)$$

Atau dalam bentuk umum adalah :

$$\sum V_k Y_{kn} = I_k \quad (3.21)$$

Bila dinyatakan dalam bentuk matrik adalah :

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \dots \\ \dots \\ V_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \dots Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \dots Y_{2n} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \dots Y_{3n} \\ \dots & \dots & \dots \dots \dots \\ \dots & \dots & \dots \dots \dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & Y_{n3} \dots Y_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \dots \\ \dots \\ I_n \end{pmatrix}$$

Atau

$$|V|_{\text{bus}} |Y|_{\text{bus}} = \text{bus} \quad (3.22)$$

Seperti halnya pada persamaan (3.10), maka untuk memudahkan kita mengingatnya adalah berdasarkan (selisih) tegangan dikalikan admitansi adalah sama dengan arusnya; karena memang bersamaan (3.22) yang berbentuk rangkaian admitansi setara dengan persamaan (3.11) yang bentuk rangkaian impedansi.

1.2. Persamaan Aliran Daya

Daya listrik selalu akan mengalir menuju beban, karena itu dalam hal ini aliran daya juga merupakan aliran beban. Pada dasarnya beban dapat digolongkan menjadi dua macam yaitu beban statis dan beban berputar (dinamis). Beban – beban ini dapat direpresentasikan sebagai impedansi tetap Z, sebagai daya yang tetap S, tegangan (V) ataupun arus (I) yang tetap, tetapi yang lazim pembebanan dipilih menggunakan tegangan yang konstan.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

Besarnya aliran daya di setiap saluran transmisi beserta rugi – ruginya dapat diketahui dengan menghitung lebih dahulu besarnya (magnitude) tegangan dan sudut fasornya pada semua simpul pada sistim.

Pada setiap simpul (rel atau bus) sistim terdapat 4 parameter atau besaran yaitu :

- (1) Daya nyata (net real power) mempunyai symbol P dengan satuan MegaWatt (MW).
- (2) Daya semu (net reaktif power) mempunyai symbol Q dengan satuan MegaVolt Ampere Reactive (MVAR).
- (3) Besaran (Magnitude) tegangan, mempunyai symbol V dengan satuan Kilovolt (KV).
- (4) Sudut fasa tegangan, mempunyai symbol dengan satuan radian.

Bila simpul sendiri mempunyai beban, daya ini adalah selisih daya yang dibangkitkan dengan bebannya, tetapi bila simpulnya tidak mempunyai generator, beban pada saluran tersebut dianggap sebagai generator yang membangkitkan daya negative yang mengalir kesimpul tersebut.

Dari 4 parameter tersebut di atas, untuk mendapatkan penyelesaian aliran daya pada setiap simpul perlu diketahui 2 buah parameternya, tergantung pada parameter – parameter yang diketahui maka setiap simpul di sistim diklasifikasikan dalam 3 kategori, yaitu :

- (i) Simpul beban (simpul atau bus PQ);

Parameter-parameter yang diketahui adalah P dan Q, parameter-parameter yang tidak diketahui adalah V dan δ .

- (ii) Simpul control (generator bus); simpul PV,

Parameter-parameter yang diketahui adalah P dan V, dimana pada simpul ini mempunyai kendala untuk daya semu (Q) yang melalui simpul, bila kendala ini didalam perhitungan intergrasinya tak dipenuhi maka simpul ini diganti menjadi simpul beban, sebaliknya bila daya memenuhi kendala akan dihitung sebagai simpul control kembali, Parameter-parameter yang tidak diketahui adalah δ dan Q.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

(iii) Simpul ayun (swing atau slack bus/reference bus)

Parameter-parameter yang diketahui adalah V dan δ (biasanya $\delta = 0$), dengan V dan δ selama perhitungan aliran daya akan tetap tidak berubah).

Simpul ayun selalu mempunyai generator. Dalam perhitungan aliran daya, P dan Q pada simpul ini tidak perlu dihitung.

Guna simpul ini ditentukan dalam perhitungan aliran daya adalah untuk memenuhi kekurangan daya (rugi-rugi dan beban) seluruhnya, karena kerugian jaringan tidak dapat diketahui sebelum perhitungan selesai dilakukan.

Besarnya daya pada setiap simpul atau bus dapat dinyatakan oleh persamaan :

$$S_k = S_{gk} - S_{Lk} - S_{Tk} \quad (3.23)$$

Dengan ;

S_{gk} = sumber daya yang masuk ke bus k

S_{Lk} = beban daya yang keluar dari bus k

S_{Tk} = aliran daya yang keluar dari bus k

Dalam bentuk daya kompleks, persamaan (3.23) dinyatakan oleh persamaan :

$$\begin{aligned} P_k + jQ_k &= (P_{Gk} + jQ_{Gk}) - (P_{Lk} + jQ_{Lk}) - (P_{Tk} + jQ_{Tk}) \\ &= (P_{Gk} - P_{Lk} - P_{Tk}) + j(Q_{Gk} - Q_{Lk} - Q_{Tk}) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Dengan : P = adalah daya aktif

Q = adalah daya reaktif

Akan tetapi daya yang mengalir dari setiap simpul/ bus juga dapat dinyatakan oleh persamaan :

$$S_{Tk} = V_k^* I_k \quad (3.25)$$

Bila harga I_k pada persamaan (3.21) disubstitusikan kedalam persamaan (3.25), maka diperoleh:

$$S_{Tk} = V_k^* \sum V_k Y_{kn} \quad (3.26)$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$\text{Tetapi } V^* I_k = P_k - j Q_k \quad (3.27)$$

Maka daya aktif dan reaktifnya adalah :

$$P_k - jQ_{Tk} = V_k^* \sum V_k Y_{kn} \quad (3.28)$$

$$P_{Tk} = \text{Re} \{ V_k^* \sum V_k Y_{kn} \} \quad (3.29)$$

$$Q_{Tk} = -\text{Im} \{ V_k^* \sum V_k Y_{kn} \} \quad (3.30)$$

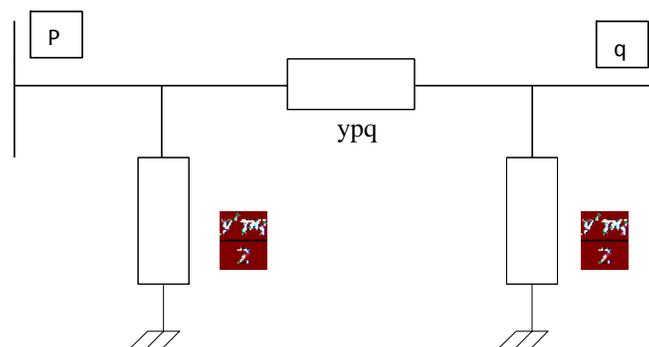
Dalam bentuk koordinat kutup bila :

$$V_{Tk} = |V_k| \sum |V_k| |Y_{kn}| \cos (\theta_{kn} + \delta_a - \delta_k) \quad (3.31)$$

$$Q_{Tk} = |V_k| \sum |V_k| |Y_{kn}| \sin (\theta_{kn} + \delta_a - \delta_k) \quad (3.32)$$

Persamaan (3.25), (3.26) dan (3.27) adalah persamaan dasar aliran daya yang mempunyai 2^n persamaan dan 2^n variable tegangan simpul.

Bila suatu saluran transmisi pada gambar 3.3 mempunyai parameter dengan :



GAMBAR 3.4

RANGKAIAN SALURAN TRANSMISI

V_p = tegangan bus p sesudah interaksi

V_q = tegangan bus q

V_p^* = tegangan conjugate bus p

V_q^* = tegangan conjugate bus q

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

Y_{pq} = admitansi saluran dari bus/ hingga q

Y'_{pq} = admitansi simpang saluran pq

Maka persamaan (3.21) menjadi :

$$(V_p - V_q) Y_{pq} + V_p \frac{Y_{pq}}{2} = I_{pq} \quad (3.33)$$

Dan daya yang mengalir dari bus p ke q sesuai dengan persamaan (3.25) adalah :

$$S_{pq} = V_p^* I_{pq} \quad (3.34)$$

Bila persamaan (3.33) disubstitusikan ke persamaan (3.34) didapatkan :

$$S_{pq} = V_p^* \{(V_p - V_q) Y_{pq} + V_p Y_{pq}/2\} \quad (3.35)$$

Dengan jalan yang sama aliran daya dari bus q ke p diperoleh :

$$S_{qp} = V_q^* \{(V_q - V_p) Y_{pq} + V_q Y'_{pq}/2\} \quad (3.36)$$

Sedangkan rugi daya pada saluran p – q adalah jumlah aljabar rugi daya satuan p- q dan dari q – p, yaitu :

$$P_{r(p-q)} = P_{p-q} + P_{q-p} \quad (3.37)$$

$$Q_{r(p-q)} = Q_{p-q} + Q_{q-p} \quad (3.37)$$

1.3. Tegangan dan Daya pada bus

1.4. Arus yang mengalir pada aliran daya akan menyebabkan terjadinya perubahan pada tegangan, baik besarnya tegangan maupun sudut fasanya.

Berdasarkan alasan ini maka tegangan pada bus dijaga pada harga yang tetap (pada bus pembangkit) atau pada batas harga tertentu yang masih dalam batas yang direncanakan (pada bus beban).

Pengaturan atau pengendalian tegangan pada sistem aliran daya dapat dilakukan dengan pengaturan sudut fasa atau daya reaktif.

Untuk mendapatkan atau mencapai suatu harga yang mempunyai indek posisi tertentu atau mencapai harga yang konvergen, perhitungan aliran daya pada dasarnya perhitungan yang dilakukan menggunakan cara interas, yaitu metoda pendekatan coba- koreksi.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

Harga konvergensi pada proses iterasi ditentukan oleh besarnya indeks presisi antara 0.01 hingga 0,0001 atau sesuai dengan yang dikehendaki. Jumlah iterasi menentukan besarnya presisi yang dikehendaki, makin presisi makin banyak jumlah iterasi yang harus dilakukan. Besar aliran daya yang teliti dapat dihitung dari perolehan tegangan yang telah dikoreksi, sesuai dengan presisi yang dikehendaki.

1. Perhitungan tegangan pada bus

Dari persamaan (3.21), diperoleh persamaan arus pada bus p:

$$I_p = \sum_{q=1}^n V_p Y_{pq} \quad (3.39)$$

$$P=1,2,3,\dots,n$$

Sedangkan dari persamaan (3.26) dan (3.27) didapatkan :

$$I_p = \frac{P_p - j Q_p}{V_p^*} \quad (3.40)$$

a. Tegangan pada beban, bus P – Q

Dari persamaan (3.39) dan (3.40) juga didapatkan,

$$V_p = \frac{1}{Y_{pp}} \left(\frac{P_p - j Q_p}{V_p^*} - \sum_{q=1}^n Y_{pq} V_q \right) \quad (3.41)$$

$$q \neq p \quad p = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$p \neq s$$

Iterasi – iterasi untuk metode menghitung tegangan pada masing – masing simpul atau bus adalah dapat dilakukan dengan metode Gauss atau Gauss-Sedel.

(1) Metoda Iterasi Gauss

Suatu kelompok persamaan linear simultan dengan n bilangan tidak diketahui dengan x variable bebas dapat dinyatakan dengan persamaan :

$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + a_{13} X_3 \dots a_{1n} X_n = b_1$$

$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + a_{23} X_3 \dots a_{2n} X_n = b_2$$

$$a_{n1} X_1 + a_{n2} X_2 + a_{n3} X_3 \dots a_{nn} X_n = b_n \quad (3.42)$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

dengan : x = variable bebas

a = koefisien tetapan

b = tetapan variable yang diketahui

Persmaan (3.42) dapat dinyatakan pula dalam bentuk sebagai pasangan persamaan simultan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}X_1 &= \frac{1}{a_{11}} (b_1 - a_{12} x_2 - a_{13} x_3 \dots a_{1n} x_n) \\X_2 &= \frac{1}{a_{22}} (b_2 - a_{21} x_1 - a_{23} x_3 \dots a_{2n} x_n) \\X_n &= \frac{1}{a_{nn}} (b_n - a_{n2} x_1 - a_{n2} x_2 \dots a_{nn} x_{n-1})\end{aligned}\tag{3.43}$$

Dimisalkan bahwa harga awal variable beban adalah $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$; bila disubstitusikan kedalam persamaan (3.43) maka akan didapatkan :

$$\begin{aligned}X_1^{(1)} &= \frac{1}{a_{11}} (b_1 - a_{12} x_2^{(0)} - a_{13} x_3^{(0)} \dots a_{1n} x_n^{(0)}) \\X_2^{(1)} &= \frac{1}{a_{22}} (b_2 - a_{21} x_1^{(0)} - a_{23} x_3^{(0)} \dots a_{2n} x_n^{(0)}) \\X_n^{(1)} &= \frac{1}{a_{nn}} (b_n - a_{n1} x_1^{(0)} - a_{n2} x_2^{(0)} \dots a_{nn-1} x_{n-1}^{(0)})\end{aligned}\tag{3.44}$$

Dengan harga awal dipilih adalah :

$$X_1^{(0)} = \frac{b_1}{a_{11}}\tag{3.45}$$

$$X_2^{(0)} = \frac{b_2}{a_{22}}\tag{3.46}$$

$$X_n^{(0)} = \frac{b_n}{a_{nn}}\tag{3.47}$$

Hasil yang diperoleh pada persamaan (3.44) sebanding dengan harga awal didalam batas toleransi yang telah ditentukan sebelumnya yaitu konvergen yang harus dicapai; oleh karena itu diperlukan koreksi harga variable bebas, ($x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}$) yang harus disubstitusikan ke iterasi berikutnya.

Setelah ($k + 1$) iterasi diperoleh :

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$\begin{aligned}
x_1^{(k+1)} &= \frac{1}{a_{11}} (b_1 - a_{12} x_1^{(k)} - a_{13} x_2^{(k)} \dots a_{1n} x_n^{(k)}) \\
x_2^{(k+1)} &= \frac{1}{a_{22}} (b_2 - a_{21} x_1^{(k)} - a_{23} x_3^{(k)} \dots a_{2n} x_n^{(k)}) \\
x_n^{(k+1)} &= \frac{1}{a_{nn}} (b_n - a_{n1} x_1^{(k)} - a_{n2} x_2^{(k)} \dots a_{n;n-1} x_{n-1}^{(k)})
\end{aligned} \tag{3.48}$$

Persamaan tersebut adalah merupakan metoda iterasi Gauss.

(2)Metoda Iterasi Gauss-Sedel

Iterasi pada metoda Gauss-Sadel (G - S) lebih efisien karena harga yang diperoleh pada iterasi terakhir digunakan untuk perhitungan iterasi yang bersangkutan; jadi hasil yang diperoleh x_1 pada itراسي (k + 1) :

$$x_1^{(k+1)} = \frac{1}{a_{11}} (b_1 - a_{12} x_1^{(k)} - a_{13} x_3^{(k)} \dots a_{1n} x_n^{(k)}) \tag{3.49}$$

Dipergunakan jua untuk menghitung x_2 pada iterasi (k + 1) pula, yaitu :

$$x_2^{(k+1)} = \frac{1}{a_{22}} (b_2 - a_{21} x_1^{(k+1)} - a_{23} x_3^{(k+1)} \dots a_{2n} x_n^{(k)}) \tag{3.50}$$

Selanjutnya $x_1^{(k+1)}$ dan $x_2^{(k+1)}$ digunakan untuk menghitung :

$$x_3^{(k+1)} = \frac{1}{a_{33}} (b_3 - a_{31} x_1^{(k+1)} - a_{32} x_2^{(k+1)} \dots a_{3n} x_n^{(k)}) \tag{3.51}$$

Dan seterusnya.

Dengan demikian maka metoda iterasi – iterasi G-S dapat dinyatakan oleh persamaan :

$$x_{n-1}^{(k+1)} = \frac{1}{a_{nn}} (b_n - a_{n1} x_1^{(k+1)} - a_{n2} x_2^{(k+1)} \dots a_{n;n-1} x_n^{(k+1)}) \tag{3.52}$$

Perolehan harga – harga $x_1^{(k+1)}$, $x_2^{(k+1)}$, $x_n^{(k+1)}$ semuanya disubstitusikan kepersamaan (3.52) untuk mendapatkan $x^{(k+1)}$, $x_n^{(k+1)}$.

Dengan menggunakan persamaan (3.52), maka diperoleh tegangan iterasi pada persamaan (3.41) sebagai berikut :

$$V_1^{(k+1)} = \frac{Y}{Y_{11}} \left[\frac{P_1 - jQ_1}{V_1^{(k)*}} - Y_{12} V_2^{(k)} - \dots Y_{1n} V_n^{(k)} \right]$$

$$V_2^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{22}} \left[\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^{(k)*}} - Y_{21} V_1^{(k+1)} - \dots Y_{2n} V_n^{(k)} \right]$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$V_p^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{pp}} \left[\frac{P_p - jQ_p}{V_p^{(k)*}} - Y_{p2}V_1^{(k+1)} - \dots - Y_{pp-1}V_{p-1}^{(k+1)} \right] - Y_{pp+1}V_{p+1}^{(k)} - Y_{pn}V_n^{(k)} \quad (3.53)$$

$$V_n^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{nn}} \left[\frac{P_n - jQ_n}{V_n^{(k)*}} - Y_{n2}V_2^{(k+1)} - \dots - Y_{nn-1}V_{n-1}^{(k+1)} \right] \quad (3.54)$$

Setiap kali selesai menginterasi maka hasil dari interasi itu harus diperiksa. Hal ini dilakukan dengan membandingkan antara perubahan harga tegangan dengan faktor pembanding. Perubahan antara interasi ke k dengan interasi ke (k+1) adalah :

$$\Delta V_p = V_p^{(k+1)} - V_p^{(k)}$$

Criteria untuk konvergen untuk bus PQ adalah:

$$\Delta V_p = < C_V$$

dengan nilai C_V mempunyai harga antara :

$$0,01 - 0,0001.$$

b. perhitungan untuk bus generator (bus P - V).

perhitungan untuk bus P - V berbeda dengan perhitungan bus P - Q , karena daya reaktif pada bus P - V tidak ditentukan besarnya.

Besarnya tegangan pada bus ini dipertahankan tetap. Batas- batas dari pada daya reaktif pada P - V bus ditentukan antara Q_{max} dan Q_{min} .

Sebelum melakukan interasi pada bus ini, maka besar daya reaktif harus dihitung dahulu.

Untuk menghitung daya reaktif dari P - V bus, Q_p diganti dengan Q_p^{cal} dengan :

$$Q_p^{cal} = \text{Im} (V_p I_p) = \text{Im} (V_p * \sum_{q=1}^n Y_{pq} V_q) \quad (3.57)$$

Jika $V_p = e_p + jf_p$, dan $Y_{pq} = G_{pq} + jB_{pq}$

$$\text{Maka, } Q_p \text{ cal} = - \text{Im} \left[(e_p + jf_p) \sum_{q=1, q \neq p}^n (G_{pq} + jB_{pq}) (e_q + jf_q) \right]$$

$$\text{Maka, } Q_p \text{ cal} = - \text{Im} \left[(e_p + jf_p) \sum_{q=1, q \neq p}^n e_q \left(e_q B_{pq} + f_q G_{pq} \right) + \sum_{q=1, q \neq p}^n f_p \left(e_q G_{pq} - f_q B_{pq} \right) \right]$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

(3.58)

Nilai yang didapat dari persamaan tersebut diatas digunakan untuk menghitung tegangan, yang dihitung dengan menggunakan persamaan (3.42).

Karena tegangan pada bus tersebut harus dipertahankan seperti nilai yang telah dijadwalkan, V_p^{sp} , bagian real dan imajiner dari $V_p^{(k+1)}$ diatur agar memenuhi kondisi yang telah ditentukan dengan cara menetapkan besar sudutnya sebagai berikut :

$$\delta p^{(k+1)} = \tan^{-1} \frac{fp^{(k+1)}}{ep^{(k+1)}} \quad (3.59)$$

$$\begin{aligned} V_{p(baru)}^{(k+1)} &= V^{sp} \cos \delta p^{(k+1)} + j V_p^{sp} \sin \delta p^{(k+1)} \\ &= e_{p(baru)}^{(k+1)} + j f_{p(baru)}^{(k+1)} \end{aligned} \quad (3.60)$$

Untuk menghitung batas daya reaktif pada P-V bus, digunakan logika sebagai berikut,

$$\text{Jika } Q_p^{cal} > Q_p^{max}, \text{ maka } Q_p^{cal} = Q_p^{max} \quad (3.61)$$

$$\text{Jika } Q_p^{cal} < Q_p^{min}, \text{ maka } Q_p^{cal} = Q_p^{min} \quad (3.62)$$

Berikutnya baru dilakukan perhitungan sebagaimana perhitungan pada bus P-Q.

Dalam hal ini tidak terdapat perbaikan pada $V_p^{(k+1)}$.

Jika dalam perhitungan diatas Q_p^{cal} terletak dalam batas yang telah ditentukan maka digunakan persamaan – persamaan (3.59) dan (3.60) untuk memperbaiki nilai tegangan yang diperoleh.

c.Faktor percepatan

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

Pada penyelesaian perhitungan dengan metode iterasi untuk suatu sistem tenaga listrik yang luas, untuk mencapai nilai yang sebenarnya sangat lambat atau dengan kata lain untuk mencapai titik konvergensinya sangat lambat.

Untuk mempercepat dalam mencapai titik konvergensi digunakan factor percepatan.

Setelah selesai melakukan satu iterasi pada setiap bus, maka selisih antara tegangan hasil iterasi dengan tegangan sebelumnya dikalikan dengan suatu bilangan.

$$V_p^{(k+1)} = \alpha V_p^{(k+1)} - V_p^{(k)}$$

Dan $V_p^{(k+1)}$ menjadi,

$$V_p^{(k+1)} = V_p^{(k)} + \Delta V_p^{(k+1)} \quad (3.63)$$

A disebut sebagai factor percepatan yang pada umumnya mempunyai harga antara 1 – 2 ($1 < \alpha < 2$).

Biasanya, nilai dipilih antara 1.2 dan 1.6.

Suatu tegangan kompleks, dapat dipercepat secara terpisah atau dengan kata lain bagian riil dan bagian imajinernya dipercepat dengan factor percepatan yang berbeda.

$$\Delta V_p^{(k+1)} = \alpha \operatorname{Re} (V_p^{(k+1)} - V_p^{(k)}) + j \beta \operatorname{Im} (V_p^{(k+1)} - V_p^{(k)}) \quad (3.40)$$

$$V_p^{(k+1)} = V_p^{(k)} + \Delta V_p^{(k+1)}$$

Dengan α dan β merupakan bilangan – bilangan riil.

3.5 Metoda Perhitungan Aliran Daya

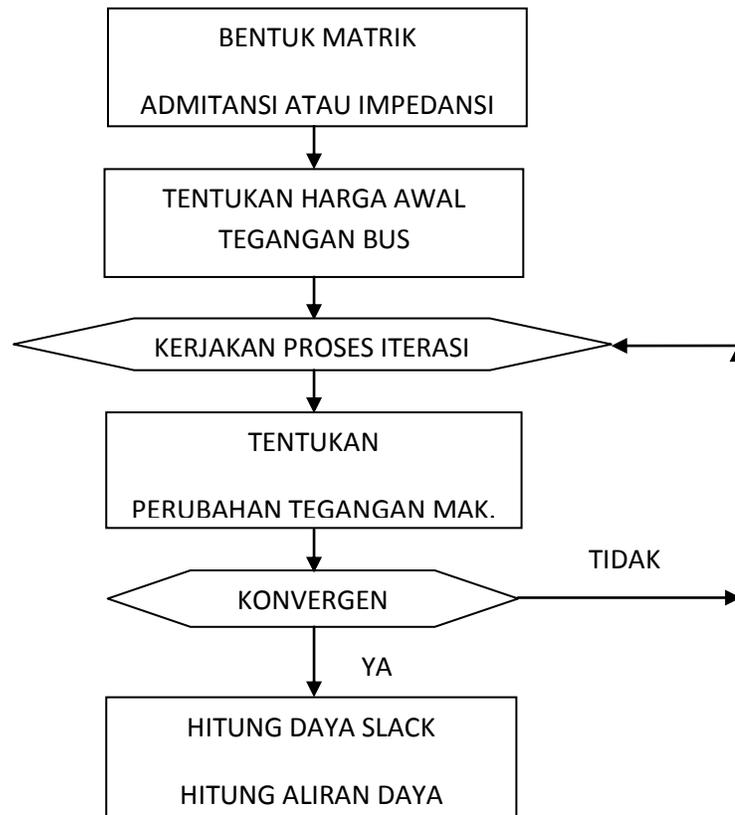
Pokok – pokok prosedur penyelesaian perhitungan aliran daya dapat ditunjukkan pada diagram Gambar 3.5

Terdapat 2 metoda yang banyak digunakan untuk perhitungan aliran digunakan untuk perhitungan aliran daya, yaitu :

- Metoda Gauss-Sedel
- Metoda Newton-Raphson

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno



GAMBAR 3.5

DIAGRAM ALIR PERHITUNGAN ALIRAN DAYA

1. Metoda Gauss-Sedel (Metoda G-S)

Perhitungan aliran daya dengan metoda G-S mempunyai keuntungan :

- (a) Perhitungan, pemrograman dan perhitungan relative lebih mudah.
- (b) Waktu tiap iterasi singkat.
- (c) Sesuai untuk sistim jaringan sedikit, lima simpul tau kurang.

Sedangkan kelemahannya antara lain :

- (a) Pencapaian konvergen lambat.
- (b) Makin banyak simpul, makin banyak pula diperlukan iterasi; jumlah iterasi juga akan berubah bila bus referensi diganti oleh bus yang lain.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

(c) Untuk sistem radial tidak dapat mencapai konvergen.

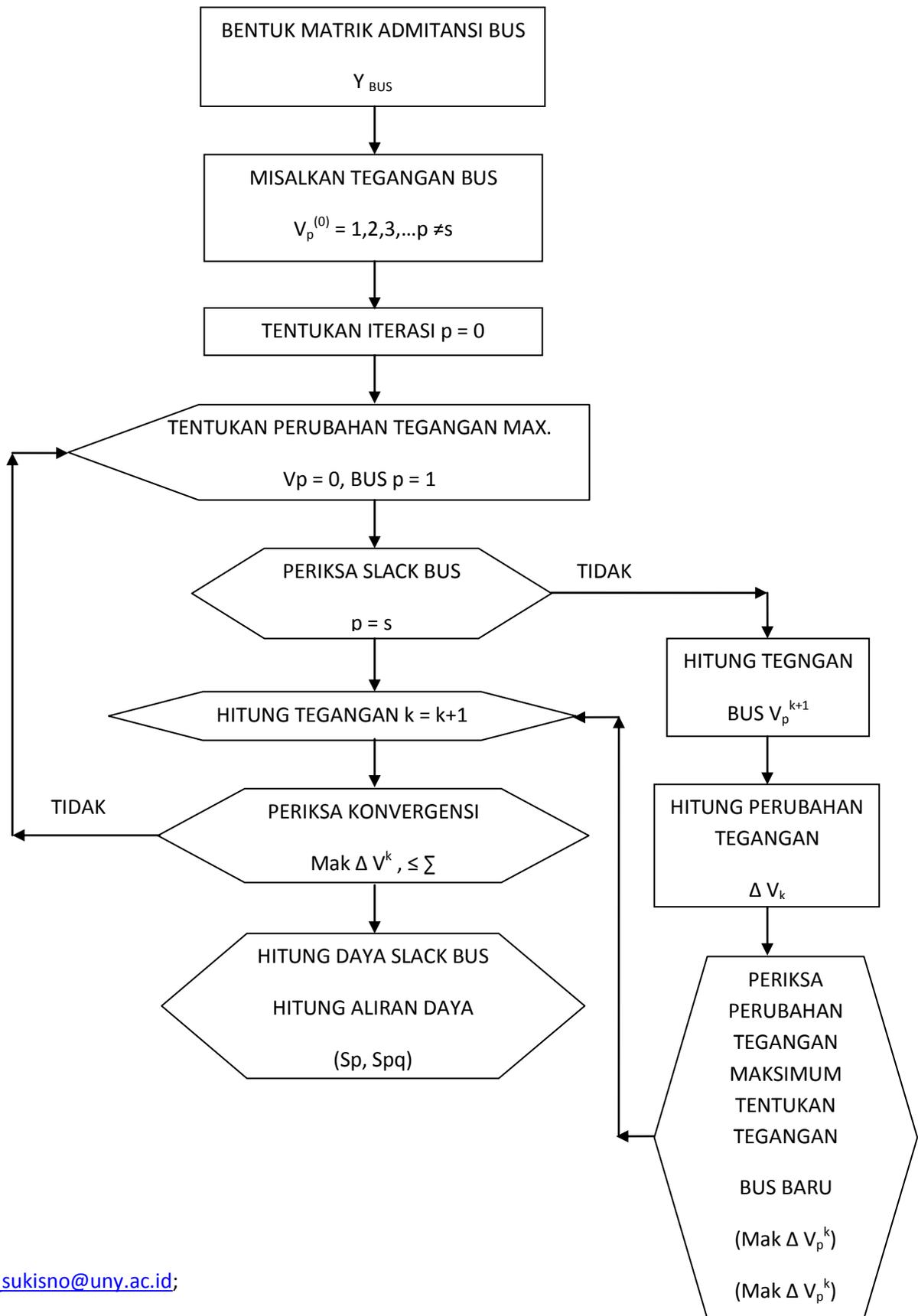
(d) Untuk perhitungan pada sistem jaringan yang banyak tidak sesuai.

Proses perhitungan metoda G-S dapat dilakukan dengan bus admitansi (bus Y) atau dengan bus impedansi (bus Z), seperti ditunjukkan pada Gambar 3.5 dan 3.6.

Data-data impedansi bus diperoleh dari perhitungan berdasarkan persamaan (3.10) sedangkan data admitansi bus didapatkan dari persamaan (3.21).

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis sistem tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno



toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

GAMBAR 3.6

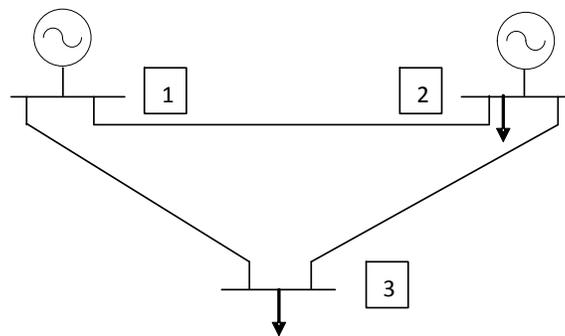
DIAGRAM ALIR PROSES PERHITUNGAN ALIRAN DAYA

Contoh soal 3.1

METODA GAUSS –SEDEL DENGAN BUS ADMITANSI

Suatu jaringan sistem tenaga listrik pada Gambar 3.7, mempunyai data-data tersebut pada Tabel 3.1 dan 3.2.

Daya reaktif yang diijinkan pada bus 0 hingga 0.35.



GAMBAR 3.7

JARINGAN CONTOH SOAL 3.1

TABEL 3.1

IPEDANSI SALURAN DAN ADMITANSI PEMUAT

SALURAN TRANSMISI	IPEDANSI SALURAN	ADMITANSI PENGISIAN
1 – 2	$0.08 + j 0.24$	0
1 – 3	$0.02 + j 0.06$	0
2 - 3	$0.06 + j 0.18$	0

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

TABEL 3.2

PEENCANAAN TEGANGAN, PEMBANGKIT DAN BEBAN

BUS	TEGANGAN	DAYA PEMBANGKIT		DAYA BEBAN	
		AKTIF	REAKTIF	AKTIF	REAKTIF
1	1.05 + J 0.0	0	0
2	1.03 + J 0.0	0.20	0.50	0.20
3	0	0	0.60	0.25

Besaran dasar yang dipakai adalah 100 MVA dan 150 kV

Pada bus 2 tegangan dijaga tetap pada 1.03 pu, daya reaktif minimum 0 dan maksimum 35 MVAR.

Dengan menganggap bus 1 sebagai bus referensi (slack bus) dan mengabaikan admitansi pengisi saluran transmisi, hitunglah aliran daya dengan metoda iterative gauss- sedel dengan menggunakan factor percepatan 1,3 hingga interativ ke 2!

Penyelesaian :

Bila menggunakan metoda iterasi maka admitansi saluran transmisi adalah :

$$Y_{12} = \frac{1}{Z_{12}} = \frac{1}{0.08 + j.024} = 1.25 - j 3.75$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$Y_{13} = \frac{1}{Z_{13}} = \frac{1}{0.02 + j.006} = 5 - j 15$$

$$Y_{23} = \frac{1}{Z_{23}} = \frac{1}{0.08 + j.018} = 1.67 - j 5$$

Elemen suku- matrik admitansinya adalah :

$$Y_{11} = y_{12} + y_{13} = 1.25 - j3.75 + 5 - j15 = 6.25 - j18.75$$

$$Y_{22} = y_{21} + y_{23} = 1.25 - j3.75 + 16.7 - j5 = 2.92 - j8.75$$

$$Y_{33} = y_{31} + y_{32} = 5 - j15 + 1.67 - j5 = 6.67 - j20$$

$$Y_{12} = y_{21} = y_{13} = - 1.25 + j3.75$$

$$Y_{13} = y_{31} = y_{13} = 5 - j15$$

$$Y_{23} = y_{32} = - y_{23} = - 1.67 + j5$$

Matrik admitansi bus adalah :

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 6.25 - j18.75 & - 1.25 + j3.75 & 5 - j15 \\ -1.25 + j3.75 & 2.92 - j8.75 & 1.67 + j5 \\ 5 - j15 & 1.67 + j5 & 6.67 - j20 \end{bmatrix}$$

Bus 1 sebagai bus referensi $V_1 = 1.05 + j0$, dan misalkan pada awal iterasi tegangan pada masing masing bus adalah :

$$\text{Pada bus 2 : } V_2^{(0)} = 1.03 + j0 = 1.03 /_0$$

$$\text{Pada bus 3 : } V_3^{(0)} = 1.0 + j0 = 1.0 /_0$$

Dengan menggunakan persamaan (3.30), maka daya reaktif pada bus 2 adalah :

$$Q_2 = I_m V_2^* (V_1 Y_{12} + V_2 Y_{22} + V_3 Y_{23}), I_m = \text{bagian imaginair.}$$

$$= -I_m (1.03 - j0)(0.025 - j0.076)$$

$$= 0.078$$

Jadi daya reaktif pada bus 2 = 0.078 + 0.20 = 0.278 atau 278 MVAR harga yang masih dalam batas yang dipersyaratkan adalah 0 – 35 MVAR, maka harga ini masih dalam batas yang diijinkan.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

Daya aktif pada bus 2 = 0.20 – 0.50 = -0.30; maka daya pada bus 2 = 0.20 – 0.50 = -0.30; maka daya pada bus ini S2 = -0.30 – j0.078.

Iterasi ke 1 :

$$\begin{aligned}
 Y_2^{(1)} &= \frac{1}{Y_{22}} \left[\frac{P_2 - jQ_2}{V_2(0)^*} - (V_1 Y_{12} + V_3 Y_{13}) \right] \\
 &= \frac{1}{2.92 - j8.75} \left[\frac{-0.30 - j0.078}{1.03 - j0} - \{(1.05 + j0)(-1.25 + j3.75) + (1.05 + j0)(-1.67 + j5)\} \right] \\
 &= (0.034 + j0.031)(3.273 - j9.002) \\
 &= 1.038 + j0.031 = 1.038 \angle 0.03^\circ \\
 &= \underline{1.038} \quad \angle \underline{0.03^\circ}
 \end{aligned}$$

Dengan factor [ercepatan 1.3 maka :

$$\begin{aligned}
 V_2^{(1)} &= \{(1.03 + 1.3(1.038 - 1.03)) + j\{0 + 1.3(0.031 - 0)\} \\
 &= 1.0 + j0.04 = 1.041 \angle 2.22^\circ \\
 &= 1.041 \angle 2.22^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Y_3^{(1)} &= \frac{1}{Y_{33}} \left[\frac{P_3 - jQ_3}{V_3(0)^*} - (V_1 Y_{13} + V_2 Y_{23}) \right] \\
 &= \frac{1}{6.67 - j20} \\
 &\left[\frac{-0.60 - j0.25}{1.0 - j0} - \{(1.05 + j0)(-1.25 + j3.75) + (1.04 + j0.04)(-1.67 + j5)\} \right] \\
 &= (0.015 + j0.045)(6.787 - j20.893) \\
 &= 1.042 + j0.008 = 1.042 \angle -0.44^\circ
 \end{aligned}$$

Dengan factor percepatan 1.3 maka :

$$\begin{aligned}
 V_3^{(1)} &= \{1.0 + 1.3(1.042 - 1.0)\} + j\{0 + 1.3(0.008 - 0)\} \\
 &= 1.054 + j0.10
 \end{aligned}$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$= 1.054 / \underline{-0.54^\circ}$$

$$V_1 = 1.05 + j0 = 1.05 / 0$$

$$V_2^{(1)} = 1.04 + j0.04 = 1.041 / 2.22^\circ$$

$$V_3^{(1)} = 1.05 - j0.01 = 1.054 / 2.22^\circ$$

Akurasi tegangan adalah :

$$V_1 = 1.05 - 1.05 = 0$$

$$V_2 = 1.041 - 1.03 = -0.011$$

$$V_3 = 1.054 - 1.00 = -0.054$$

Iterasi ke 2 :

$$\begin{aligned} Q_2 &= -\text{Im } V_2^{(1)*} [V_1 Y_{12} + V_2^{(1)} Y_{22} + V_3^{(1)} Y_{33}] \\ &= -\text{Im } (1.04 - j0.04) [0.105 + j0.184] \\ &= -0.187 \end{aligned}$$

Daya reaktif pada bus 2 adalah : $-0.187 + 0.20 = 1.013$; harga ini masih dalam batas yang dipersyaratkan 0-0.35, maka harga 0.013 ini masih dalam batas yang benar; sedangkan daya aktifnya adalah $= 0.020 - 0.50 = -0.30$.

$$\begin{aligned} Y_2^{(2)} &= \frac{1}{Y_{22}} \left[\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^{(1)*}} - (V_1 Y_{12} + V_3^{(1)} Y_{13}) \right] \\ &= \frac{1}{2.92 - j8.75} \\ &= \frac{-0.30 - j0.187}{1.04 - j0.04} - \{ (1.05 + j0)(-1.25 + j3.75) + (1.0 + j0.01)(-1.67 + j5) \} \\ &= (1.034 + j0.103)(2.821 - j9.044) \\ &= 1.027 + j0.597 \\ &= 1.029 / \underline{-29.16^\circ} \end{aligned}$$

Dengan factor percepatan 1.3 maka :

$$\begin{aligned} V_2^{(2)} &= \{ (1.04 + 1.3(1.029 - 1.04)) \} + j\{0.04 + 1.3(-0.597 - 0.04)\} \\ &= 1.026 + j0.079 \end{aligned}$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$= 1.029/-4.40^\circ$$

$$\begin{aligned} Y_3^{(2)} &= \frac{1}{Y_{33}} \left[\frac{P_3 - jQ_3}{V_3^{(1)*}} - (V_1 Y_{13} + V_3^{(2)} Y_{23}) \right] \\ &= \frac{1}{6.67 - j20} \left[\frac{-0.60 - j0.25}{1.054 - j0.010} - \{(1.05 + j0)(-5 + j15) + (1.026 + j0.79)(-1.67 + j5)\} \right] \\ &= (1.015 + j0.045)(6.788 - j20.991) \\ &= 1.046 + j0.010 \\ &= 1.046 /-0.55^\circ \end{aligned}$$

Dengan factor percepatan 1.3 maka :

$$\begin{aligned} V_3^{(2)} &= \{(1.054 + 1.3(1.046 - 1.054)) + j\{-0.01 + 1.3(-0.010 - 0.010)\}\} \\ &= 1.043 + j0.10 \\ &= 1.043/-0.55^\circ \end{aligned}$$

$$V_1 = 1.05 + j0 = 1.05/0$$

$$V_2^{(2)} = 1.026 + j0.079 = 1.029/-4.40^\circ$$

$$V_3^{(2)} = 1.043 - j0.010 = 1.046/-0.55^\circ$$

Akurasi tegangan adalah :

$$V_1 = 0$$

$$V_2 = 1.029 - 1.041 = -0.012$$

$$V_3 = 1.046 - 1.054 = -0.008$$

Daya yang mengalir pada saluran :

$$\begin{aligned} S_{12} &= V_1^* (V_2 - V_1) y_{12} \\ &= (1.05 - j0)(1.05 + j0 - 1.026 + j0.0788)1.25 - j3.75 \\ &= (1.05 - j0)(0.024 + j0.078)(1.25 - j3.75) \\ &= (1.05 - j0)(0.322 + j0.008) \end{aligned}$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$= 0.388 - j0.008$$

$$S_{21} = V_2^* (V_2 - V_1) y_{21}$$

$$= (1.026 + j0.079)(1.026 - j0.079 - 1.05 + j0)1.25 - j3.75$$

$$= (1.026 + j0.079)(0.024 - j0.079)(1.25 - j3.75)$$

$$= (1.026 - j0.079)(-0.326 + j0.008)$$

$$= -0.334 - j0.031$$

$$S_{13} = V_1^* (V_1 - V_3) y_{13}$$

$$= (1.05 + j0)(1.05 + j0 - 1.043 + j0.010)(5 - j15)$$

$$= 0.194 - j0.058$$

$$S_{31} = V_3^* (V_3 - V_1) y_{31}$$

$$= (0.043 - j0.010)(1.043 - j0.010 - 1.05 + j0)(5 - j15)$$

$$= -0.186 - j0.050$$

$$S_{23} = V_2^* (V_2 - V_3) y_{23}$$

$$= (1.026 + j0.079)(1.026 + j0.079 - 1.043 + j0.010)(1.67 - j15)$$

$$= -0.375 - j0.058 + j0.078(1.25 - j3.75)$$

$$S_{32} = V_3^* (V_3 - V_2) y_{32}$$

$$= (1.043 + j0.010)(1.043 - j0.010 - 1.026 + j0.079)(1.67 - j15)$$

$$= 0.388 - j0.035$$

2. Metoda Newton-Raphson

Metoda Newton-Raphson pada dasarnya adalah metoda Gauss – Sedel yang diperluas dan disempurnakan.

Perhitungan aliran daya dengan metoda Newton-Raphson (N-R) dianggap efektif dan menguntungkan untuk sistim jaringan yang besar.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

Metoda N-R dapat mengatasi kelemahan pada metoda G-S antara lain ketelitian dan jumlah iterasi, karena mempunyai waktu hitung konvergensi yang cepat (membutuhkan jumlah iterasi yang lebih sedikit).

Metoda Newton-Raphson dibentuk berdasarkan matrik admitansi simpul (Y_{BUS}), yang dapat dibuat dengan suatu prosedur yang langsung dan sederhana.

Pada admitansi simpul elemennya diagonalnya (Y_{pp}) adalah jumlah admitansi dari semua elemen – elemen jaringan yang terhubung dengan simpul p tersebut.

Untuk elemen bukan diagonal (Y_{pq}) adalah sama dengan negative admitansi dari elemen jaringan yang menghubungkan bus p ke bus q.

Karena pada jaringan sistem tenaga listrik tidak semua bus saling terhubung satu dengan yang lainnya, maka Y_{BUS} akan berbentuk matrik yang terdiri dari elemen-elemen yang mempunyai nilai = 0 (diantaranya simpul- simpul tersebut mempunyai hubungan saluran transmisi) dan elemen- elemen yang bernilai = 0 (diantara simpul- simpul tersebut tidak mempunyai hubungan saluran transmisi).

Keadaan matriks Y_{BUS} yang demikian biasanya disebut matrik sparse (jarang)

Dengan teknik yang dinamakan sparsiti, pengoprasian dan penyimpangan elemen-elemen yang = 0 dapat dihilangkan.

Dasar matematik yang digunakan metoda ini adalah deret taylor, secara matematis persamaan aliran daya metode Newton- Raphson dapat menggunakan coordinator kartesian, koordinat kutub atau bentuk hybrid (gabungan antara bentuk kompleks dan bentuk kutub).

a). metoda N – R dengan coordinator kartesian.

Hubungan antara arus'bus I_p dan tegangan bus V_q pada suatu jaringan dengan n bus pada persamaan (3.21) juga dapat dituliskan :

$$\sum V_2 Y_{pn} = I_p \quad (3.66a)$$

persamaan daya pada bus daspat juga dinyatakan :

$$S_p = P_p + j Q_p \quad (3.66b)$$

$$= V_p I_p^*$$

Berdasarkan persamaan (3.39), maka :

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$I_p^* = \sum_{q=1}^n Y_{pq}^* V_q^* \quad (n = 1,2,3,\dots,n) \quad (3.67)$$

$$\text{Bila } V_p = e_p + j f_p \quad (3.68)$$

$$Y_{pq} = G_{pq} + j B_{pq} \quad (3.69)$$

disubstitusikan kepersamaan (3.66) menghasilkan :

$$\begin{aligned} S_p &= V_p \sum Y_{pq}^* V_q^* \\ &= (e_p + j f_p) \sum (G_{pq} - j B_{pq}) (e_p + j f_q) \\ &= (e_p + j f_p) \sum (G_{pq} - B_{pq}) - j (B_{pq} + B_{pq} f_q) \end{aligned} \quad (3.70)$$

Pemisahan bagian nyata dan bagian imajiner persamaan (3.70) menghasilkan daya :

$$P_p = \sum [e_p(G_{pq} - B_{pq} f_q) + f_p (B_{pq} e_q + B_{pq} f_q)] \quad (3.71)$$

Dan

$$Q_p = \sum [e_p(G_{pq} - B_{pq} f_q) + e_p (B_{pq} e_q + B_{pq} f_q)] \quad (3.72)$$

Persamaan (3.71) dan (3.72) adalah persamaan yang nonlinier; dengan harga P_p dan Q_p sudah diketahui; sedang harga e_p dan f_p belum diketahui; kecuali pada bus referensi (slack bus).

Bila persamaan (3.71) dan (3.72) diturunkan ke edan f , maka diperoleh persamaan :

$$dP = \frac{\partial P}{\partial e} de + \frac{\partial P}{\partial f} df \quad (3.73)$$

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial e} de + \frac{\partial Q}{\partial f} df \quad (3.74)$$

untuk selisih yang kecil persamaan (3.73) dan (3.74) dapat ditulis :

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial e} \Delta e + \frac{\partial P}{\partial f} \Delta f \quad (3.75)$$

$$\Delta Q = \frac{\partial Q}{\partial e} \Delta e + \frac{\partial Q}{\partial f} \Delta f \quad (3.76)$$

Selisih daya P dan Q adalah selisih pada bus beban hasil perhitungan tiap iterasi berdasarkan persamaan (3.71) dan (3.72) dengan yang telah ditentukan.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

Dalam bentuk matrik persamaan (3.75) dan (3.76) dapat ditulis :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial e} & \frac{\partial P}{\partial f} \\ \frac{\partial Q}{\partial e} & \frac{\partial Q}{\partial f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

Pada sistim yang terdiri dari n bus, persamaan untuk menyelesaikan aliran daya sebanyak (n-1), yang dalam matrik dapat dinyatakan dalam bentuk :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \dots \\ \Delta P_{a-1} \\ \dots \\ \Delta Q_1 \\ \dots \\ \Delta Q_{a-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial e_1} \quad , \quad \frac{\partial P_1}{\partial e_{n-1}} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial f_1} \quad , \quad \frac{\partial P_1}{\partial f_{n-1}} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_1} \quad , \quad \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \dots & \frac{\partial P_{a-1}}{\partial f_1} \quad , \quad \frac{\partial P_{a-1}}{\partial f_{a-1}} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial Q_1}{\partial f_1} \quad , \quad \frac{\partial Q_1}{\partial f_{n-1}} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial f_1} \quad , \quad \frac{\partial Q_1}{\partial f_{n-1}} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_1} \quad , \quad \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_1} \quad , \quad \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \dots \\ \Delta P_1 \\ \dots \\ \Delta P_1 \\ \dots \\ \Delta P_1 \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

Bila elemen- elemen matrik persamaan (3.78) dimisalkan :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial e_1} \quad , \quad \frac{\partial P_1}{\partial e_{n-1}} \\ \dots \\ \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_1} \quad , \quad \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_{n-1}} \\ \dots \\ \frac{\partial Q_1}{\partial f_1} \quad , \quad \frac{\partial Q_1}{\partial f_{n-1}} \\ \dots \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_1} \quad , \quad \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_{n-1}} \\ \dots \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_1} \quad , \quad \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial f_1} \quad , \quad \frac{\partial P_1}{\partial f_{n-1}} \\ \dots \\ \frac{\partial P_{a-1}}{\partial f_1} \quad , \quad \frac{\partial P_{a-1}}{\partial f_{a-1}} \\ \dots \\ \frac{\partial Q_1}{\partial f_1} \quad , \quad \frac{\partial Q_1}{\partial f_{n-1}} \\ \dots \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_1} \quad , \quad \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \end{bmatrix}$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$\begin{array}{l}
 \dots\dots\dots = j1 \\
 \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_1} \quad , \quad \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_{n-1}} \\
 \\
 \frac{\partial Q_1}{\partial f_1} \quad , \quad \frac{\partial Q_1}{\partial f_{n-1}} \\
 \dots\dots\dots = j3 \\
 \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_1} \quad , \quad \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_{n-1}} \\
 \\
 \dots\dots\dots = j2 \\
 \frac{\partial P_{a-1}}{\partial f_1} \quad , \quad \frac{\partial P_{a-1}}{\partial f_{a-1}} \\
 \\
 \frac{\partial Q_1}{\partial f_1} \quad , \quad \frac{\partial Q_1}{\partial f_{n-1}} \\
 \dots\dots\dots = j4 \\
 \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_1} \quad , \quad \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_{n-1}}
 \end{array} \tag{3.79}$$

Maka matrik persamaan (3.78) dapat ditulis dalam bentuk :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J1 & j2 \\ j3 & j4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} \tag{3.80}$$

Dari matrik persamaan (3.80) diperoleh selisih tegangan pada bus, yaitu :

$$\begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J1 & j2 \\ j3 & j4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \tag{3.81}$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

Dengan :

$$\begin{bmatrix} J1 & j2 \\ J3 & j4 \end{bmatrix}^{-1} = \text{inverse matrik} \begin{bmatrix} j1 & j2 \\ j3 & j4 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{A_j \begin{bmatrix} J1 & j2 \\ J3 & j4 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} J1 & j2 \\ J3 & j4 \end{bmatrix}}$$

Sub matrik jacobian persamaan (3.80) disebut sebagai matrik jacobian yang mempunyai elemen sebagai berikut :

Sub matrik J1 :

Elemen bukan diagonalnya adalah :

$$\frac{\partial P1}{\partial e2}, \frac{\partial P1}{\partial e3}, \frac{\partial P1}{\partial e4}, \dots, \frac{\partial P1}{\partial en-1}, \text{ atau } \frac{\partial P1}{\partial eq} \dots (p \neq q) \quad (3.82)$$

Elemen daiagonalnya adalah :

$$\frac{\partial P1}{\partial e1}, \frac{\partial P2}{\partial e2}, \frac{\partial P3}{\partial e3}, \dots, \frac{\partial Pn-1}{\partial en-1}, \text{ atau } \frac{\partial Pp}{\partial ep} \quad (3.83)$$

Sub matrik J2 :

Elemen bukan diagonalnya :

$$\frac{\partial P1}{\partial f2}, \frac{\partial P1}{\partial f3}, \frac{\partial P1}{\partial f4}, \dots, \frac{\partial P1}{\partial fn-1}, \text{ atau } \frac{\partial Pp}{\partial fp} \dots (p \neq q) \quad (3.84)$$

Elemen diagonalnya :

$$\frac{\partial P1}{\partial f1}, \frac{\partial P2}{\partial f2}, \frac{\partial P3}{\partial f3}, \dots, \frac{\partial Pn-1}{\partial fn-1}, \text{ atau } \frac{\partial Pp}{\partial fp} \quad (3.85)$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

Sub matrik J3 :

Elemen bukan diagonalnya :

$$\frac{\partial Q_1}{\partial e_2}, \frac{\partial Q_1}{\partial e_3}, \frac{\partial Q_1}{\partial e_4}, \dots, \frac{\partial Q_1}{\partial e_{n-1}}, \text{ atau } \frac{\partial Q_p}{\partial e_q} \dots (p \neq q) \quad (3.86)$$

Elemen diagonalnya :

$$\frac{\partial Q_1}{\partial e_1}, \frac{\partial Q_2}{\partial e_2}, \frac{\partial Q_3}{\partial e_3}, \dots, \frac{\partial Q_{a-1}}{\partial e_{n-1}}, \text{ atau } \frac{\partial Q_p}{\partial e_p} \quad (3.87)$$

Sub matrik J4 :

Elemen bukan diagonalnya :

$$\frac{\partial Q_1}{\partial f_2}, \frac{\partial Q_1}{\partial f_3}, \frac{\partial Q_1}{\partial f_4}, \dots, \frac{\partial Q_1}{\partial f_{n-1}}, \text{ atau } \frac{\partial Q_p}{\partial f_q} \dots (p \neq q) \quad (3.88)$$

Elemen diagonalnya :

$$\frac{\partial Q_1}{\partial f_1}, \frac{\partial Q_2}{\partial f_2}, \frac{\partial Q_3}{\partial f_3}, \dots, \frac{\partial Q_{a-1}}{\partial f_{n-1}}, \text{ atau } \frac{\partial Q_p}{\partial f_p} \quad (3.87)$$

Bila persamaan (3.71) dan (3.72) disubstitusikan kedalam persamaan (3.82) hingga (3.89), maka didapatkan elemen sub matrik pada Tabel 3.1.

TABEL 3.1

ELEMEN SUB MATRIK JACOBIAN

NO	ELEMEN	BUKAN DIAGONAL	DIAGONAL
1.	J ₁	$\frac{\partial P_p}{\partial e_q} = G_{pq} e_p + B_{pq} f_p$ p ≠ q	$\frac{\partial P_p}{\partial e_q} = G_{pq} e_p$ p ≠ q
2.	J ₂	$\frac{\partial P_p}{\partial f_q} = G_{pq} f_p - B_{pq} e_p$ p ≠ q	$\frac{\partial P_p}{\partial f_q} = G_{pq} f_p + B_{pq} e_p$ p ≠ q
3.	J ₃		

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

4.	J4	$\frac{\partial Q}{\partial e_q} = G_{pq} f_p - B_{pq} e_p$	$\frac{\partial Q}{\partial e_p} = G_{pq} f_p + B_{pq} e_q$
		$p \neq q$	$p \neq q$
		$\frac{\partial Q}{\partial f_q} = - (G_{pq} e_p + B_{pq} f_p)$	$\frac{\partial Q_p}{\partial f_p} = \neq (G_{pq} e_p - B_{pq} f_p)$
		$p \neq q$	$p \neq q$

b). Metoda N – R dengan koordinat kutup.

Dalam bentuk koordinat kutup, maka tegangan, arus dan admitansi dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$V_p = V_p e^{j\delta_p} \quad (3.90)$$

$$V_q = V_q e^{j\delta_q} \quad (3.91)$$

$$V_{pq} = Y e^{j\theta_{pq}} \quad (3.92)$$

Maka persamaan daya (3.66) akan menjadi :

$$\begin{aligned} S_p &= V_p \sum Y_{pq}^* V_q^* \\ &= \sum |V_p| e^{j\delta_p} |Y_{pq}| e^{-j\theta_{pq}} |V_q| e^{-j\delta_p} \\ &= \sum V_p V_q Y_{pq} e^{j(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq})} \\ &= \sum V_p V_q Y_{pq} \cos j(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \\ &= \sum V_p V_q Y_{pq} e \end{aligned} \quad (3.93)$$

Maka :

$$P_p = V_{p2} \sum_{p \neq q} Y_{pq} \cos \theta_{pq} + \sum_{p \neq q} V_p V_q Y_{pq} \cos(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \quad (3.94)$$

$$Q_p = V_{p2} \sum_{p \neq q} Y_{pq} \sin \theta_{pq} + \sum_{p \neq q} V_p V_q Y_{pq} \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq})$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$p \neq q \quad p \neq q \quad (3.94)$$

dan matrik persamaan (3.78) menjadi :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \dots \\ \Delta P_{n-1} \\ - \\ \Delta Q_1 \\ \dots \\ \Delta Q_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{n-1}} & \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial V_{n-1}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial P_{n-1}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial \delta_{n-1}} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial V_{n-1}} \\ - \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_{n-1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{n-1}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial \delta_{n-1}} & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_{n-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_1 \\ \dots \\ \Delta \delta_{n-1} \\ - \\ \Delta V_1 \\ \dots \\ \Delta V_{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.96)$$

Sedangkan matrik jacobianya adalah :

$$\begin{aligned} J_1 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{n-1}} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial P_{n-1}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial \delta_{n-1}} \end{bmatrix} & J_2 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial V_{n-1}} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial P_{n-1}}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial V_{n-1}} \end{bmatrix} \\ J_3 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_{n-1}} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial \delta_{n-1}} \end{bmatrix} & J_4 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{n-1}} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_{n-1}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.97)$$

Elemen bukan diagonalnya J_1 adalah :

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} = \sum V_p V_q Y_{pq} \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \dots (p \neq q) \quad (3.98)$$

Elemen diagonalnya adalah :

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} = -\sum V_p V_q Y_{pq} \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \dots (p \neq q) \quad (3.99)$$

Elemen bukan diagonalnya J_2 adalah :

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} = \sum V_p Y_{pq} \cos(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \dots (p \neq q) \quad (3.100)$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

Elemen diagonalnya J2 adalah :

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} = +2 \sum V_p Y_{pq} \sin \theta_{pq} + \sum V_q Y_{pq} \sin (\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \quad (3.101)$$

Elemen bukan diagonalnya J3 adalah :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_q} = - \sum V_p V_q Y_{pq} \cos (\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \dots p \neq q \quad (3.102)$$

Elemen diagonalnya J3 adalah :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_q} = \sum V_p V_q Y_{pq} \cos (\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \quad (3.103)$$

Elemen bukan diagonalnya J4 adalah :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial V_q} = \sum V_p Y_{pq} \sin (\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \dots p \neq q \quad (3.104)$$

Elemen diagonalnya J4 adalah :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial V_q} = -2 \sum V_p Y_{pp} \sin \theta_{pp} + \sum V_q Y_{pq} \sin (\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \quad (3.105)$$

Persamaan -persamaan yang menghubungkan antara perubahan daya dengan magnitude tegangan dan sudut fasa dapat dinyatakan oleh matrik :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (3.106)$$

Dengan J1, J2, J3 dan J4 adalah sub matrik jakobian yang elemen-elemennya adalah pada persamaan (3.98) hingga (3.105).

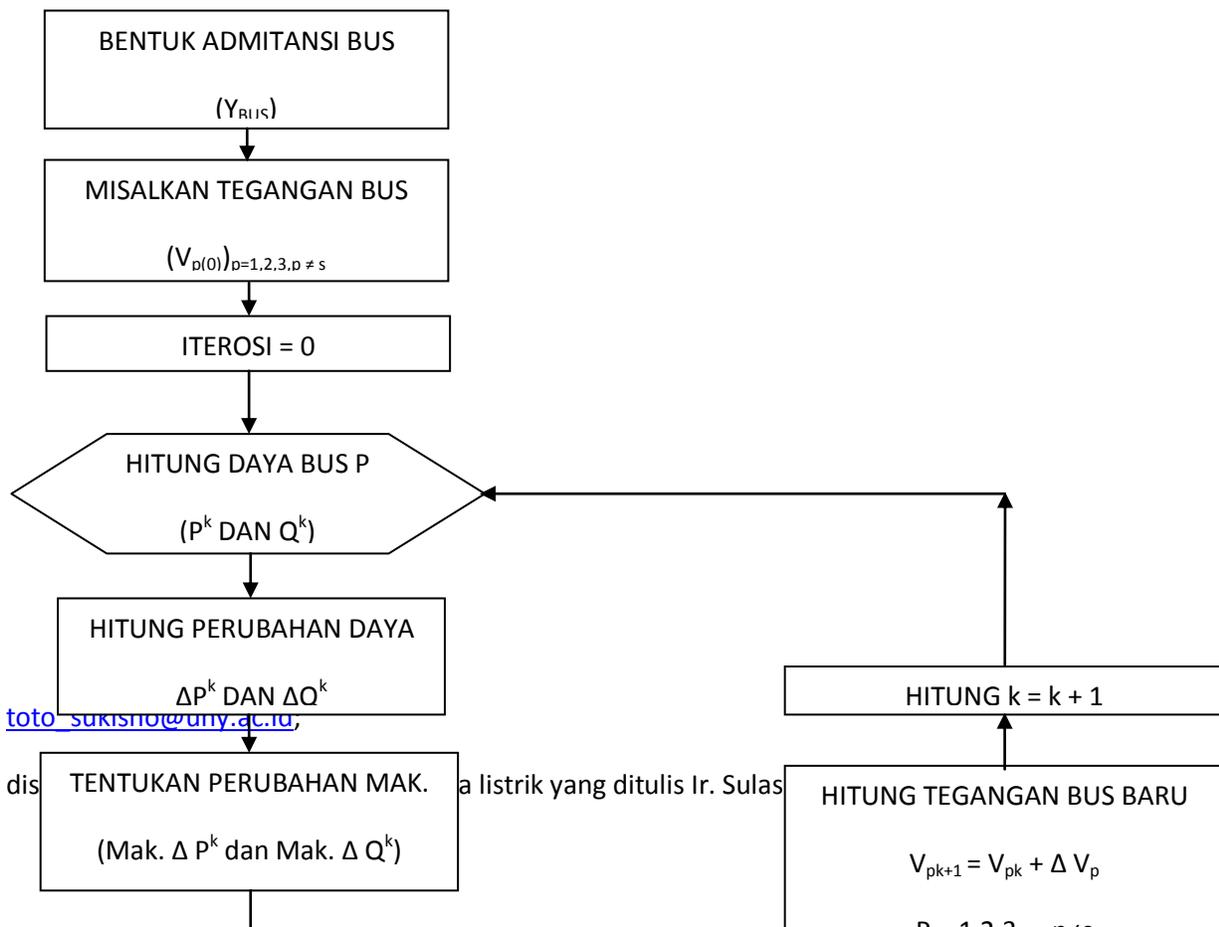
Selisih atau perubahan sudut dan tegangan dapat dihitung dari persamaan (3.106) yaitu hasil kali matrik invers Jakobian dengan perubahan daya.

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (3.107)$$

Adapun prosedur perhitungan aliran daya metode Newton-Raphson dapat ditunjukkan pada Gambar 3.8.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno



toto_sukisno@uny.ac.id,

dis a listrik yang ditulis Ir. Sulas

Contoh soal 3.2

Pada contoh soal 3.1 hitunglah aliran dayanya dengan metoda Newton – Raphson !

Penyelesaian :

Dengan metoda koordinat kutub, maka admitansi saluran adalah :

$$Y_{12} = 1.25 - j3.75 = 3.953 \angle -71.56^\circ$$

$$Y_{13} = 50 - j15 = 52.062 \angle -17.1^\circ$$

$$Y_{23} = 1.67 - j5 = 5.274 \angle -71.56^\circ$$

Elemen matrik admitansi bus adalah :

$$Y_{21} = Y_{12} = -y_{12} = 3.953 \angle 108.44^\circ - 71.56^\circ = 3.953 \angle 108.44^\circ$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$Y_{31} = Y_{13} = -y_{13} = 15.811 \angle 180^\circ - 71.56^\circ = 15.811 \angle 108.44^\circ$$

$$Y_{32} = Y_{23} = -y_{32} = 5.274 \angle 180^\circ - 71.56^\circ = 5.274 \angle 108.44^\circ$$

$$Y_{11} = 6.25 - j18.75 = 19.764 \angle -71.56^\circ$$

$$Y_{22} = 2.92 - j8.75 = 9.223 \angle -71.56^\circ$$

$$Y_{33} = 6.7 - j20 = 21.092 \angle -71.56^\circ$$

Matrik admitansi bus adalah :

$$Y = \begin{bmatrix} 19.76 \angle -71.56^\circ & 3.953 \angle 180.44^\circ & 15.811 \angle 108.44^\circ \\ 3.953 \angle 180.44^\circ & 9.223 \angle -71.56^\circ & 5.2747 \angle 108.44^\circ \\ 15.811 \angle 108.44^\circ & 5.2747 \angle 108.44^\circ & 21.092 \angle -71.56^\circ \end{bmatrix}$$

Misalkan tegangan awal pada bus adalah :

$$V_1 = 1.05 \angle 0^\circ$$

$$V_{2(0)} = 1.03 \angle 0^\circ$$

$$V_{3(0)} = 1.0 \angle 0^\circ$$

Daya aktif dan reaktif pada bus adalah :

$$\begin{aligned} P &= |V_2 V_1 Y_{21}| \cos(\delta_2 - \delta_1 - \theta_{21}) \\ &+ |V_2 V_2 Y_{22}| \cos(\delta_2 - \delta_2 - \theta_{22}) \\ &+ |V_2 V_3 Y_{23}| \cos(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{23}) \\ &= 1.03 \times 1.05 \times 3.953 \cos(-108.44^\circ) \\ &+ 1.03 \times 1.03 \times 9.223 \cos(71.56^\circ) \\ &+ 1.03 \times 1.0 \times 5.274 \cos(-108.44^\circ) \\ &= 0.025 \end{aligned}$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$\begin{aligned}
Q_2 &= |V_2 V_1 Y_{21}| \sin(\delta_2 - \delta_1 - \theta_{21}) \\
&+ |V_2 V_2 Y_{22}| \sin(\delta_2 - \delta_2 - \theta_{22}) \\
&+ |V_2 V_3 Y_{23}| \sin(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{23}) \\
&= 1.03 \times 1.05 \times 3.953 \sin(-108.44^\circ) \\
&+ 1.03 \times 1.03 \times 9.223 \sin(71.56^\circ) \\
&+ 1.03 \times 1.0 \times 5.274 \sin(-108.44^\circ) \\
&= 0.078
\end{aligned}$$

Jadi daya reaktif pada bus 2 = 0.2 + 0.078 = 0.278 harga ini masih dalam batas harga 0 – 0.35, maka nilai ini dapat dibenarkan.

$$\begin{aligned}
P_3 &= |V_{3(0)} V_1 Y_{31}| \cos(\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31}) \\
&+ |V_{3(0)} V_2 Y_{32}| \cos(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32}) \\
&+ |V_{2(0)} V_2 Y_{33}| \cos(-\theta_{33}) \\
&= (1.0) \times 1.05 \times 15.811 \cos(-108.44^\circ) \\
&+ (1.0) \times (1.03) \times 5.274 \cos(-108.44^\circ) \\
&+ (1.0)^2 \times 21.092 \cos(71.56^\circ) \\
&= -0.0298
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_3 &= |V_{3(0)} V_1 Y_{31}| \cos(\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31}) \\
&+ |V_{3(0)} V_2 Y_{32}| \cos(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32}) \\
&+ |V_{2(0)} V_2 Y_{33}| \cos(-\theta_{33}) \\
&= 1.0 \times 1.05 \times 15.811 \cos(-108.44^\circ) \\
&+ (1.0) \times (1.03) \times 5.274 \cos(-108.44^\circ) \\
&+ (1.0)^2 \times 21.092 \cos(71.56^\circ) \\
&= -0.893
\end{aligned}$$

$$P_2 = -0.30 - 0.025 = -0.325$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$P_3 = -0.60 + 0.928 = -0.302$$

$$Q_3 = -0.25 + 0.893 = -0.643$$

$$\begin{aligned} &+ |V_{3(0)} V_1 Y_{31}| \sin(\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31}) \\ &+ |V_{2(0)} V_2 Y_{33}| \sin(-\theta_{33}) \\ &= 1.0 \times 1.05 \times 15.811 \sin(-108.44^\circ) \\ &+ (1.0) \times (1.03) \times 5.274 \sin(-108.44^\circ) \\ &+ (1.0)^2 \times 21.092 \sin(71.56^\circ) \\ &= -0.893 \end{aligned}$$

$$P_2 = -0.30 - 0.025 = -0.325$$

$$P_3 = -0.60 + 0.298 = -0.302$$

$$Q_3 = -0.25 + 0.893 = 0.643$$

Iterasi ke 1

Elemen Jacobian matrik adalah :

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} &= V_2 V_3 Y_{23} \sin(\delta_{2(0)} - \delta_{3(0)} - \theta_{23}) \\ &= 1.03 \times 1.0 \times 5.274 \sin(0 - 0 - 108.44^\circ) \\ &= -5.155 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} &= -V_{2(0)} V_1 Y_{21} \sin(\delta_2 - \delta_1 - \theta_{21}) \\ &\quad - V_{2(0)} V_3 Y_{23} \sin(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{23}) \\ &= 1.03 \times 1.0 \times 3.953 \sin(-108.44^\circ) \\ &= 1.03 \times 1.0 \times 5.274 \sin(-108.44^\circ) \\ &= 9.208 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = V_2 Y_{23} \cos(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{23})$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$= 1.03 \times 5.274 \cos (0 - 0 - 108.44^\circ)$$

$$= 1.718$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = V_3 V_2 Y_{23} \sin (\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32})$$

$$= 1.03 \times 1.0 \times 5.274 \sin (0 - 0 - 108.44^\circ)$$

$$= 5.155$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = -V_{3(0)} V_1 Y_{31} \sin (\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31})$$

$$- V_3 V_2 Y_{31} \sin (\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31})$$

$$= 1.03 \times 1.05 \times 15.811 \sin (0 - 0 - 108.44^\circ)$$

$$= 1.03 \times 1.03 \times 5.274 \sin (0 - 0 - 108.44^\circ)$$

$$= 19.952$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial V_3} = 2 V_3 Y_{23} \cos \theta_{33} + V_1 Y_{31} \cos (\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31})$$

$$+ V_2 Y_{32} \cos (\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31})$$

$$= 2 \times 1.0 \times 21.092 \cos (-71.56^\circ)$$

$$+ 1.05 \times 15.811 \cos (108.44^\circ) + 1.03 \times 5.274 \cos (108.44^\circ)$$

$$1.0 \times 1.03 \times 5.274 \sin (0 - 0 - 108.44^\circ)$$

$$= 6.374$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} = -V_3 V_2 Y_{32} \cos (\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32})$$

$$= -1.0 \times 1.03 \times 5.274 \cos (-108.44^\circ)$$

$$= 1.718$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} = V_3 V_1 Y_{31} \cos (\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31})$$

$$-V_3 V_2 Y_{32} \cos (\delta_3 - \delta_3 - \theta_{23})$$

$$= 1.0 \times 1.05 \times 15.811 \cos (-108.44^\circ)$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$- 1.0 \times 1.03 \times 5.274 \cos (-108.44^\circ)$$

$$5.251 \times 1.718$$

$$= - 6.969$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} = 2 V_3 Y_{33} \sin (-\theta_{33}) + V_1 Y_{31} \sin (\delta_3 - \delta_{1-\theta_{31}})$$

$$+ V_2 Y_{32} \sin (\delta_3 - \delta_{2-\theta_{23}})$$

$$= 2 \times 1.0 \times 21.092 \cdot \sin (71.56^\circ)$$

$$+ 1.05 \times 15.811 \sin (-108.44^\circ)$$

$$40.018 - 15.755 - 5.155$$

$$= 19.018$$

Matrik persamaan perubahan tegangan adalah :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_2} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_2} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_3} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}$$

Karena Q2 tidak berubah, maka $Q_2 = 0$; juga karena $|V_2|$ konstan maka $V_2 = 0$; dan

$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2}$, $\frac{\partial P_3}{\partial V_2}$, $\frac{\partial Q_2}{\partial V_2}$ serta $\frac{\partial P_3}{\partial V_2}$, tidak perlu dihitung, dan matriknya menjadi :

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ 0 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta V_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & 0 & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & 0 & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & 0 & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ 0 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta V_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & 0 & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & 0 & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & 0 & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}$$

$$= M \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta 2 \\ \Delta\delta 3 \\ \Delta V 3 \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P 2 \\ \Delta P 3 \\ \Delta Q 3 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 9.208 & -5.153 & -1.718 \\ -5.155 & 19.952 & 6.374 \\ 1.718 & -6.969 & 19.108 \end{bmatrix}$$

$$M^{-1} = \frac{1}{|M|} \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 19.952 & 6.374 \\ -6.969 & 19.108 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -5.153 & -1.718 \\ -6.969 & 19.108 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -5.153 & -1.718 \\ 19.952 & 6.374 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} -5.155 & 6.374 \\ -1.718 & 19.108 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 9.208 & -1.718 \\ 1.718 & 19.108 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 9.208 & -1.718 \\ -5.155 & 6.374 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -5.155 & 19.952 \\ 1.718 & -6.966 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 9.208 & -5.153 \\ 1.718 & -6.969 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 9.208 & -5.153 \\ -5.155 & 19.952 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{3352.670} = \begin{bmatrix} 425.663 & 110.436 & 1.432 \\ 109.452 & 178.897 & -49.836 \\ 1.675 & 55.317 & 157.152 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.1269 & 0.0329 & 0.0004 \\ 0.0326 & 0.0533 & -0.0148 \\ 0.0005 & 0.0165 & 0.0469 \end{bmatrix}$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1269 & 0.0329 & 0.0004 \\ 0.0326 & 0.0533 & -0.0148 \\ 0.0005 & 0.0165 & 0.0469 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.325 \\ -0.302 \\ 0.643 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.0508 \\ -0.0362 \\ 0.0251 \end{bmatrix}$$

$$\Delta\delta_2 = -0.0508 \text{ rad} = -2.902^\circ$$

$$\Delta\delta_3 = -0.0362 \text{ rad} = -2.046^\circ$$

$$\Delta V_3 = 0.0251$$

Dapat juga dilakukan dengan jalan lain, yaitu dari matrik :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.208 & -5.153 & -1.718 \\ -5.155 & 19.952 & 6.374 \\ 1.718 & -6.969 & 19.108 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.325 \\ -0.302 \\ 0.643 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.208 (\Delta\delta_2) & -5.153 (\Delta\delta_3) & -1.718 (\Delta V_3) \\ -5.155 (\Delta\delta_2) & 19.952 (\Delta\delta_3) & 6.374 (\Delta V_3) \\ 1.718 (\Delta\delta_2) & -6.969 (\Delta\delta_3) & 19.108 (\Delta V_3) \end{bmatrix}$$

$$-0.325 = 9.208 (\Delta\delta_2) - 5.153 (\Delta\delta_3) - 1.718 (\Delta V_3)$$

$$-0.302 = -5.155 (\Delta\delta_2) + 19.952 (\Delta\delta_3) + 6.374 (\Delta V_3)$$

$$0.643 = 1.718 (\Delta\delta_2) - 6.969 (\Delta\delta_3) + 19.108 (\Delta V_3)$$

$$D = \begin{vmatrix} 9.208 & -5.153 & -1.718 \\ -5.155 & 19.952 & 6.374 \\ 1.718 & -6.696 & 19.128 \end{vmatrix} = 3352.450$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$D = \begin{vmatrix} -0.325 & -5.153 & -1.718 \\ -0.302 & 19.952 & 6.374 \\ 0.643 & -6.696 & 19.128 \end{vmatrix} = -170.985$$

$$D = \begin{vmatrix} 9.208 & -0.326 & -1.718 \\ -5.155 & -0.302 & 6.374 \\ 1.718 & 0.643 & 19.128 \end{vmatrix} = -121.747$$

$$D = \begin{vmatrix} 9.208 & -5.153 & -1.71 \\ -5.155 & 19.952 & 0.302 \\ 1.718 & -6.696 & 19.128 \end{vmatrix} = 83.827$$

$$\Delta\delta_2 = \frac{-170.985}{3352.450} = -0.051 \text{ rad} = -2.902^\circ$$

$$\Delta\delta_3 = \frac{-121.747}{3352.450} = -0.362 \text{ rad} = -2.047^\circ$$

$$\Delta V_3 = \frac{83.827}{3352.450} = 0.025$$

Hasil perubahan yang diperoleh adalah sama dengan cara sebelumnya.

$$\Delta\delta_2 = 0 - 2.902 = -2.902^\circ$$

$$\Delta\delta_3 = 0 - 2.946 = -2.946^\circ$$

$$\Delta V_3 = 1 + 0.025 = 1.025$$

$$V_1 = 1.05 \angle 0$$

$$V_2^{(1)} = 1.03 \angle -2902^\circ$$

$$V_3^{(1)} = 1.025 \angle -2.046^\circ$$

Daya aktif dan daya reaktif pada bus adalah :

$$\begin{aligned} P_2 &= V_{2(1)} V_1 Y_{21} \cos(\delta_2 - \delta_1 - \theta_{21}) \\ &+ V_2^{(1)2} Y_{22} \cos(-\theta_{22}) + V_2^{(1)} V_3^{(1)} Y_{23} \cos(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{23}) \\ &= 1.03 + 1.05 \times 3.953 \cos(-2.902 - 0 - 108.44) \\ &+ (1.03)^2 \times 9.223 \cos(71.56) \\ &+ 1.03 \times 1.025 \times 5.274 \cos(-2.902 + 2.046 - 108.44) \end{aligned}$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$= 1.556 + 3.095 - 1.840$$

$$= -0.301$$

$$Q_2 = V_2^{(1)} V_1 Y_{21} \sin(\delta_2 - \delta_1 - \Theta_{21})$$

$$+ V_2 V_2 Y_{22} \sin(-\Theta_{22}) + V_2 V_3 Y_{23} \sin(\delta_2 - \delta_3 - \Theta_{23})$$

$$= 1.03 + 1.05 \times 3.953 \sin(-111.342)$$

$$+ (1.03)^2 \times 9.223 \sin 71.56$$

$$+ 1.03 \times 1.025 \times 5.274 \sin(-109.296)$$

$$= -3.982 + 9.282 - 5.255$$

$$= 0.045$$

Harga daya reaktif pada bus 2 = 0.2 + 0.045 = 0.245, masih dalam batas 0 – 0 – 0.35, ini dapat dibenarkan.

$$P_3 = V_3^{(1)} V_1 Y_{31} \cos(\delta_3 - \delta_1 - \Theta_{31})$$

$$+ V_3 V_2 Y_{32} \cos(\delta_3 - \delta_2 - \Theta_{32})$$

$$+ V_3^{(1)} V_3 Y_{33} \cos(-\Theta_{33})$$

$$= 1.025 \times 1.05 \times 15.811 \cos(-2.902 - 0.108.44)$$

$$+ 1.025 \times 1.025 \times 21.092 \cos(71.56)$$

$$= -5.455 - 1.682 + 7.009$$

$$= -0.625$$

$$Q_2 = V_3^{(1)} V_1 Y_{31} \sin(\delta_3 - \delta_1 - \Theta_{31})$$

$$+ V_3 V_2 Y_{32} \sin(\delta_3 - \delta_2 - \Theta_{32})$$

$$= 1.025 + 1.05 \times 15.811 \sin(-110.486)$$

$$+ 1.025 + 1.03 \times 5.274 \sin(-107.584)$$

$$+ (1.025)^2 \times 21.092 \sin 71.56$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$= 15.940 - 5.308 + 21.022$$

$$= -0.226$$

$$P_2 = -0.30 + 0.301 = 0.001$$

$$P_3 = -0.60 + 0.628 = 0.0280$$

$$Q_3 = -0.25 + 0.226 = 0.024$$

Iterasi ke 2

Elemen Jacobian matrik dihitung dari hasil perolehan iterasi ke 1 adalah :

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = |V_2^{(1)} V_3^{(1)} Y_{23}| \sin(\delta_2^{(1)} - \delta_3^{(1)} - \theta_{23})$$

$$= 1.03 \times 1.025 \times 5.274 \sin(-0.902 + 2.046 - 108.44)$$

$$= -5.255$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = -|V_2^{(1)} V_1^{(1)} Y_{21}| \sin(\delta_2^{(1)} - \delta_1^{(1)} - \theta_{21})$$

$$|V_2 V_3 Y_{23}| \sin(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{23})$$

$$= -1.03 \times 1.05 \times 3.953 \sin(-2.902 + 0 - 108.44)$$

$$-1.03 \times 1.025 \times 5.274 \sin(-2.902 + 2.046 - 108.44)$$

$$= 9.208 + 5.255$$

$$= 9.237$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta V_3} = V_2^{(1)} Y_{23} \cos(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{23})$$

$$= 1.03 \times 5.274 \cos(-2.902 + 2.046 - 108.44)$$

$$= -1.795$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = -V_3^{(1)} V_2^{(1)} Y_{32} \sin(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{23})$$

$$= 1.025 \times 1.03 \times 5.274 \sin(-2.046 + 2.902 - 108.44)$$

$$= 1.025 \times 1.03 \times 5.274 \times 0.953$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$= -5.308$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} &= -V_3^{(1)} V_1^{(1)} Y_{31} \sin(\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31}) \\ &\quad - V_3^{(1)} V_2^{(1)} Y_{32} \sin(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32}) \\ &= -1.025 \times 1.05 \times 15.811 \sin(-2.046 + 0 - 108.44^\circ) \\ &\quad - 1.025 \times 1.03 \times 5.274 \sin(-2.046 + 2.902 - 108.44^\circ) \\ &= 15.940 + 5.308 \\ &= 21.248 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} &= 2 V_3^{(1)} Y_{33} \cos \theta_{33} + V_1 Y_{31} \cos(\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31}) \\ &\quad + V_2 Y_{32} \cos(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32}) \\ &= 2 \times 1.025 \times 21.092 \cos(-71.56^\circ) \\ &\quad + 1.05 \times 15.811 \cos(-2.046 - 0 - 108.44) \\ &\quad + 1.03 \times 5.274 \cos(-2.046 + 2.902 - 108.44) \\ &= 13.676 - 5.810 - 1.641 \\ &= 6.225 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} &= -V_3^{(1)} V_2^{(1)} Y_{32} \cos(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32}) \\ &= -(1.025) \times (1.03) \times 5.274 \cos(-2.046 + 2.902 - 108.44^\circ) \\ &= 1.682 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} &= V_3^{(1)} V_1 Y_{31} \cos(\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31}) \\ &\quad + V_3 V_2 Y_{32} \cos(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{32}) \\ &= 1.025 \times 1.0 \times 15.811 \cos(-2.046 + 2.902 - 108.44) \end{aligned}$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$\begin{aligned}
& + 1.025 \times 1.03 \times 5.274 \cos (-2.046 + 2.902 - 108.44^\circ) \\
& = -5.671 - 1.681 \\
& = -7.352
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} &= 2 V_3^{(1)} Y_{33} \sin(-\theta_{33}) + V_1 Y_{31} \sin(\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31}) \\
& + V_2 Y_{32} \sin(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32}) \\
& = 2 \times 1.025 \times 21.092 \sin 71.56 \\
& + 1.05 \times 15.811 \sin (-2.046 - 0 - 108.44) \\
& + 1.03 \times 5.274 \sin (-2.046 + 2.902 - 108.44) \\
& = 41.048 - 15.551 - 5.178 \\
& = 20.228
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} 0.001 \\ 0.028 \\ -0.024 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 9.237 & -5.255 & -1.795 \\ -5.308 & 21.248 & 6.225 \\ 1.682 & -7.352 & 20.288 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 9.237(\Delta\delta_2) & -5.255(\Delta\delta_3) & -1.795(\Delta V_3) \\ -5.308(\Delta\delta_2) & 21.248(\Delta\delta_3) & 6.225(\Delta V_3) \\ 1.682(\Delta\delta_2) & -7.352(\Delta\delta_3) & 20.288(\Delta V_3) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.237 & -5.255 & -1.795 & -1 & 0.001 \\ -5.308 & 21.248 & 6.225 & 0 & 0.028 \\ 1.682 & -7.352 & 20.288 & 0 & -0.024 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} M \\ \\ \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.001 \\ 0.028 \\ -0.024 \end{bmatrix}$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$M^{-1} \frac{1}{|M|} = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 21.248 & 6.225 \\ -5.308 & 0.028 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -5.255 & 1.795 \\ -6.255 & 20.28 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -5.255 & -1.795 \\ 21.248 & 6.255 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 5.308 & 6.225 \\ 1.682 & 20.288 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 9.237 & -1.795 \\ 1.682 & 20.288 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 9.237 & -1.795 \\ -5.308 & 6.255 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -5.308 & 21.248 \\ 1.682 & -7.352 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 9.237 & -5.255 \\ 1.682 & -7.352 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 9.237 & -5.255 \\ -5.308 & 21.248 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{3777.799} = \begin{bmatrix} 476.845 & 119.810 & 5.454 \\ 118.159 & 190.41 & -47.972 \\ 3.285 & 59.071 & 168.374 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.1262 & 0.0371 & 0.0014 \\ 0.0313 & 0.0504 & -0.0127 \\ 0.0009 & 0.0156 & 0.0445 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1262 & 0.0371 & 0.0014 & 0.001 \\ 0.0313 & 0.0504 & -0.0127 & 0.028 \\ 0.0009 & 0.0156 & 0.0445 & -0.024 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.001 \\ 0.028 \\ -0.024 \end{bmatrix}$$

$$\Delta\delta_2 = 0.0010 \text{ rad} = 0.0573^\circ$$

$$\Delta\delta_3 = 0.0017 \text{ rad} = 0.0974^\circ$$

$$\Delta V_3 = -0.0006$$

$$\delta_2 = -2.902 + 0.0573 = -2.846^\circ$$

$$\delta_3 = -2.046 + 0.0974 = -1.946^\circ$$

$$V_3 = 1.025 - 0.0006 = 1.024$$

$$V_1^{(2)} = 1.05 \angle 0^\circ$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$V_2^{(2)} = 1.03 \underline{/ -2.846^\circ}$$

$$V_3^{(2)} = 1.0 \underline{/ -1.946}$$

$$\begin{aligned} V_1 - V_2 &= 1.05 \underline{/ 0^\circ} - 1.03 \underline{/ -2.846} \\ &= (1.05 + j 0) - 1.03 (0.999 - j 0.041) \\ &= (1.05 + j 0) - (1.029 - j 0.042) \\ &= 0.021 + j 0.042 \\ &= 0.047 \underline{/ 63.435} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_1 - V_3 &= 1.05 + j 0 - 1.024 \underline{/ -1.946} \\ &= 1.05 + j 0 - (1.023 - j 0.035) \\ &= 0.027 + j 0.035 \\ &= 0.044 \underline{/ 52.352} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2 - V_1 &= 1.03 \underline{/ -2.846} - 1.05 \underline{/ 0^\circ} \\ &= (1.029 - j 0.042) - (1.05 + j 0) \\ &= 0.021 + j 0.042 \\ &= 0.047 \underline{/ -116.562} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2 - V_3 &= (1.029 - j 0.042) - (1.023 + j 0.035) \\ &= 0.006 + j 0.007 \\ &= 0.009 \underline{/ -49.399} \end{aligned}$$

$$V_3 - V_1 = (1.023 - j 0.035) - (1.05 + j 0)$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$= -0.027 + j 0.035$$

$$= 0.044 \underline{-127.468}$$

$$V_3 - V_1 = (1.023 - j 0.035) - (1.029 + j 0.042)$$

$$= -0.006 + j 0.007$$

$$= 0.009 \underline{/130.601}$$

$$S_{12} = V_1 (V_1 - V_2) Y_{12}^*$$

$$= 1.05 + \underline{+0} \times 0.047 \underline{-63.435} \times 3.953 \underline{+71.56}^\circ$$

$$= 0.195 \underline{+8.125}$$

$$= 0.193 + j 0.027$$

$$S_{13} = V_1 (V_1 - V_3) Y_{13}^*$$

$$= 1.05 + \underline{+0} \times 0.044 \underline{52.352} \times 15.811 \underline{+71.56}$$

$$= 0.730 \underline{+19.208}$$

$$= 0.689 + j 0.240$$

$$S_{21} = V_2 (V_2 - V_1) Y_{21}^*$$

$$= 1.03 \underline{-2.846} \times 0.047 \underline{+116.562} \times 3.954 \underline{+71.56}$$

$$= 0.191 \underline{/185.78}$$

$$= -0.190 + j 0.019$$

$$S_{23} = V_2 (V_2 - V_3) Y_{23}^*$$

$$= 1.03 \underline{-2.846} \times 0.009 \underline{+49.399} \times 5.274 \underline{+71.56}$$

$$= 0.049 \underline{+188.567}$$

$$= -0.023 + j 0.043$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$\begin{aligned}
S_{31} &= V_3 (V_3 - V_1)^* Y_{31}^* \\
&= 1.024 \underline{-1.946} \times 0.044 \underline{+127.648} \times 15.811 \underline{+71.56} \\
&= 0.712 \underline{+197.262} \\
&= -0.680 + j 0.211
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{32} &= V_3 (V_3 - V_2)^* Y_{32}^* \\
&= 1.024 \underline{-1.946} \times 0.009 \underline{-130.601} \times 5.274 \underline{+71.56} \\
&= 0.048 \underline{-60.987} \\
&= -0.023 + j 0.042
\end{aligned}$$

c). metoda N – R Secara Pendekatan.

Bila perubahan kecil pada suatu tegangan dianggap tidak banyak berpengaruh terhadap perubahan daya aktif, demikian pula perubahan kecil pada sudut fasa juga dianggap tidak banyak berpengaruh terhadap perubahan daya reaktif, maka perubahan koordinat kutub untuk menyelesaikan aliran beban dapat dianggap elemen matrik jacobian.

J_2 dan J_3 adalah sama dengan nol, oleh karena itu persamaan (3.80) menjadi :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (3.107)$$

Dengan demikian hanya melakukan proses iterasi sebanyak 1 kali, sudah diperoleh suatu harga yang konvergen.

Penyelesaian aliran daya dengan menggunakan koordinat kartesis juga dapat diperoleh dengan cara mengabaikan harga elemen- elemen bukan diagonal dari sub matrik J_1 , J_2 , J_3 dan J_4 dari matrik jacobian.

3.6. Pengaruh Pengubah Sadapan Transformator.

Besarnya tegangan pada bus, terutama pada bus beban harus dijaga pada harga yang tertentu, tetap atau setabil. Adanya aliran daya akan menyebabkan perubahan tegangan pada setiap bus, perubahan tegangan pada bus harus dapat dikendalikan sehingga masih dalam batas yang direncanakan. Untuk maksud ini maka transformator daya dilengkapi penyetelan (sadapan tap) tegangan pada sisi tegangan tinggi kumparnya, beberapa persen untuk beberapa tingkat tegangan diatas atau

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

dibawah tegangan nominalnya. Transformator demikian ini mempunyai peralatan pengubah sadapan (tap changing).

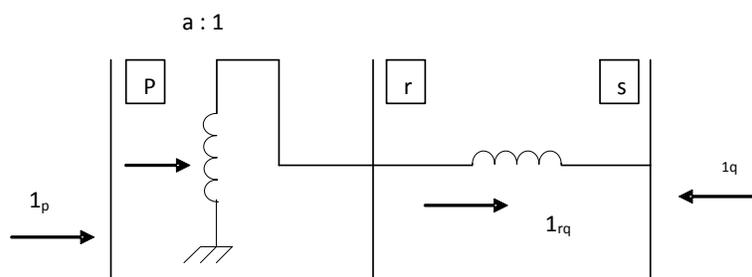
Bila rasio belitan N sama dengan tegangan (rating) nominalnya, disebut transformator mempunyai rasio belitan nominal, tetapi bila rasio belitan N tidak sama dengan tegangan nominalnya disebut sebagai rasio belitan bukan nominal. Perubahan sadapan dapat dibedakan atas 2 tipe yaitu tipe tetap tipe pengubah sadapan pada saat berbeban. Transformator-transformator yang mempunyai sadapan dalam keadaan berbeban (on load tap changing transformer), umumnya secara otomatis dan dikerjakan oleh motor yang menanggapi rele yang disetel untuk menahan tegangan pada tingkat yang telah ditentukan. Sadapan-sadapan tersebut juga dapat ditetapkan secara manual tanpa peralatan sensor otomatis, tetapi didasari dengan pengalaman dan terutama perhitungan aliran daya. Rasio dari sadapan dapat bernilai real atau kompleks. Untuk sadapan yang mempunyai rasio kompleks, disebut transformator pengubah fasa (phase shifting transformer).

1). Transformator dengan rasio belitan bukan nominal.

Apabila suatu transformator yang mempunyai rasio belitan bukan nominal dan bernilai real, maka :

- harga per unit impedansi seri transformator dihubungkan seri dengan transformator ideal agar mendapat nilai tegangan yang berbeda. Rasio belitan bukan nominal direpersenasikan dengan simbol a yang mempunyai nilai mendekati 1.

- Impedansi seri transformator tidak berubah jika posisi tiap trafo diubah. Jaringan yang menggunakan transformator sadapan tetap ditunjukkan pada Gambar 3.9.



GAMBAR 3.9

JARINGAN DENGAN TRANSFORMATOR SADAPAN TETAP

Bila rasio belitan bukan nominal adalah a , maka rasio tegangan dan arus pada bus adalah :

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis sistem tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$\frac{V_p}{V_r} = \frac{I_r q}{I_p} = a \quad (3.108)$$

$$\text{Atau } I_r q = a I_p \quad (3.109)$$

$$\text{Akan tetapi } I_r q = (V_r V_q) y_{pq} \quad (3.110)$$

Bila persamaan (3.110) disubstitusikan ke (3.109) maka didapatkan :

$$a I_p = (V_r V_q) y_{pq} \quad (3.111)$$

$$I_p = (V_r V_q) \frac{y_{pq}}{a} \quad (3.112)$$

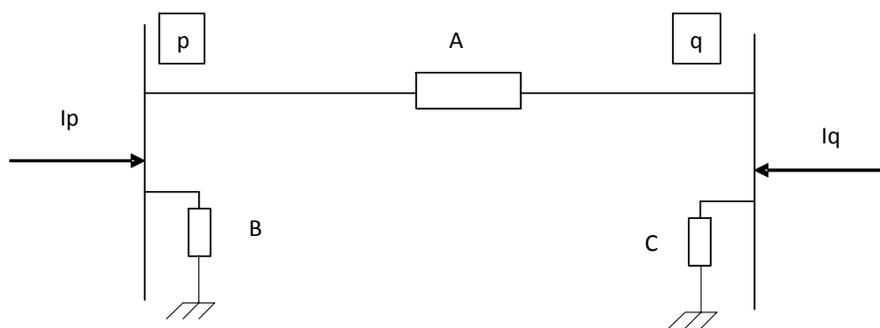
Sedangkan bila dari persamaan (3.108) $V_r = (V_p/a)$ disubstitusikan ke persamaan (3.112) maka didapatkan :

$$\begin{aligned} I_p &= \left(\frac{V_p}{a} - V_q \right) \frac{y_{pq}}{a} \\ &= (V_p - a V_q) \frac{y_{pq}}{a^2} \end{aligned} \quad (3.113)$$

Sedangkan besarnya arus I_q adalah :

$$\begin{aligned} I_q &= (V_q V_r) y_{pq} \\ &= \left(V_q - \frac{V_p}{a} \right) y_{pq} \\ &= (a V_q - V_p) \frac{y_{pq}}{a} \end{aligned} \quad (3.114)$$

Bila persamaan (3.113) dan (3.114) dapat digambarkan dengan rangkaian setara π (P_i) pada gambar 3.10.



GAMBAR 3.10

RANGKAIAN SETARA π (P_i) JARINGAN GAMBAR 3.9.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

Maka :

$$I_p = (V_q - V_p) A + V_p B \quad (3.115)$$

$$I_q = (V_q - V_p) A + V_q C \quad (3.116)$$

Dengan menyamakan harga I_p pada persamaan (3.113) dengan (3.115) dan harga I_q pada persamaan (3.114) maka diperoleh hubungan :

$$A = \frac{y_{pq}}{a} \quad (3.117)$$

$$B = \frac{1-a}{a^2} y_{pq} \quad (3.118)$$

$$C = \frac{a-1}{a} \quad (3.119)$$

Untuk menentukan matrik admitansi Y, unsure- unsure matriknya mengalami suatu harga koreksi sesuai dengan pengaruh parameter- parameter A, B, C sebagai akibat pemakaian jenis trafo dengan sadapan ini adalah sebagai berikut :

- Pada sisi nominalnya, yaitu bus q, harga admitansi sendiri Y_{qq} adalah tidak berubah.
- Pada sisi bukan nominal, yaitu pada bus p, admitansi sendirinya mengalami perubahan menjadi :

$$\begin{aligned} Z_j &= 1/(y_{pp}/a) \\ &= a/y_{pp} \end{aligned} \quad (3.120a)$$

$$= a.y_{pq} \quad (3.120b)$$

Dengan :

Z_j = impedansi cabang ke j sebagai akibat adanya trafo dengan tap ratio tertentu tersebut.

Z_{pq} = harga impedansi rafo itu sendiri (biasanya untuk trafo harga tahanan R diabaikan).

Dalam perhitungan- perhitungan aliran beban yang menggunakan matrik impedansi Z, pengaruh dari parameter equivalence transformers tersebut adalah terhadap

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

shunt elemen dari bus yang bersangkutan dari trafo ini ke tanah sehingga diperoleh harga- harga admitansi dari bus- bus trafo ini sebagai berikut :

- Untuk bus pada sisi bukan nominal p diperoleh harga :

$$Y_p = Y_p + 1/a.(1/a - 1).y_{pq} \quad (3.121)$$

- Untuk sisi nominal, bus q, harga y_q akan menjadi :

$$Y_q = Y_q + (1-1/a).y_{pq} \quad (3.122)$$

Dalam hal ini y_p dan y_q bukanlah harga-harga parameter pembentuk matrik impedansi bus, karena referensi yang dipilih adalah swig bus, tetapi dianggap sebagai sumber arus, sehingga besar arus pada masing-masing bus dari cabang yang dibentuk dengan adanya trafo ini, akan berubah menjadi :

$$I_p = \frac{P_p - jQ_p}{V_p^*} - Y_p V_p \quad (3.123)$$

$$I_q = \frac{P_q - jQ_q}{V_q^*} - Y_q V_q \quad (3.124)$$

Dengan :

I_p = Arus pada sisi rasio bukan nominal (bus p)

I_q = Arus pada bus disisi rasio nominal (bus q)

Dalam hal bila harga rasio sadapan tidak tetap, tetapi selalu berubah sesuai fungsi dari tegangan bus pada sisi nominalnya, maka dalam perhitungan aliran beban, apakah menggunakan matrik parameter Y atau Z, unsur-unsur matrik parameter ini akan selalu berubah pula, sebanding dengan perubahan rasio sadapan a, yang diberikan pada tiap kali proses iterasi dilakukan apabila selisih harga magnitude tegangan dari bus pada sisi nominal (bus q) itu terhadap iterasi sebelumnya lebih besar atau setara matematikanya adalah :

$$|V_q^{cal}| - |V_q| > \Sigma \quad (3.125)$$

Sedangkan konstanta-konstanta A, B dan C berubah menjadi sebagai berikut :

$$B = (1/a - 1).(1/a + 1) - V_q/V_p).Y_{pq} \quad (3.126)$$

$$C = (1 - 1/a).(Y_{pq}.V_p)(1/V_q) \quad (3.127)$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$A = Y_{pq}$ atau konstanta sebesar harga impedansi dari trafo itu sendiri.

Dengan memakai harga B dan C diatas, harga arus bus p dan bus q langsung terkoreksi untuk setiap harga V_p dan V_q yang dapat diperoleh setiap kali iterasi, sesuai dengan :

$$I_p = \frac{P_p - jQ_p}{V_p^*} - (Y_p + B)V_p \quad (3.128)$$

$$I_q = \frac{P_q - jQ_q}{V_q^*} - (Y_q + C)V_q \quad (3.129)$$

I_p = Arus pada sisi bukan nominal (bus p)

I_q = Arus pada sisi nominal trafo (bus q)

Y_p = Elemen bus p ketanah, yang berasal dari admitansi pemuat saluran cabang-cabang

lainnya yang terhubung ke bus q.

Y_q = Elemen parallel bus q ketanah, yang berasal dari admitansi pengisian saluran cabang-cabang lainnya yang terhubung ke bus q.

2). Transformator Penggeser fasa.

Di dalam suatu interkoneksi sistem tenaga listrik, yang mempunyai rangkaian loop atau saluran parallel, aliran daya real yang mengalir pada saluran dapat dikontrol melalui suatu transformator penggeser fasa.

Transformator penggeser fasa adalah transformator yang rasio belitannya merupakan suatu bilangan kompleks, dengan demikian tegangan pada kedua sisi transformator akan berbeda besar maupun sudut fasanya, perbedaan ini tergantung daripada posisi sadapan (tap) transformator.

Transformator tipe ini dimaksudkan untuk mengatasi jatuh tegangan dan untuk mengembalikan power factor pada titik yang agak jauh dari sumber. Untuk penggeseran sudut tertentu, harga penyetelan sadapannya dihitung dari rasio belitan transformator, yaitu :

$$A_s + jB_s = q (\cos \Theta + j \sin \Theta) \quad (3.130)$$

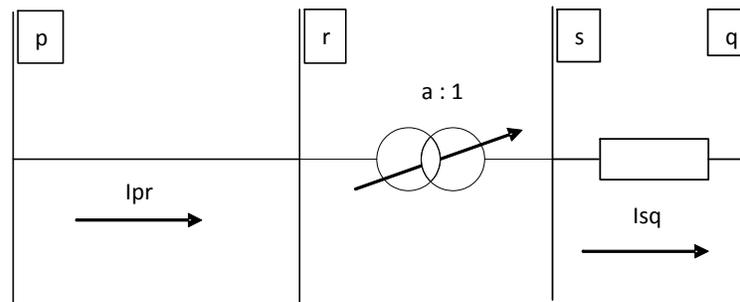
Dengan :

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$a = \frac{|V_p|}{|V_s|}$$

Θ = Sudut pergeseran antara V_p dan V_s .



GAMBAR 3.11

TRANSFORMATOR PENGGESER FASA

Dari gambar 3.11 diperoleh hubungan :

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{V_r}{V_s} = a \quad (3.131a)$$

$$= a_s + j b_s \quad (3.131b)$$

Bila rugi-rugi transformator diabaikan, maka :

$$V_p^* I_{pr} = V_s^* I_{sq}$$

$$\frac{I_{pr}}{I_{sq}} = \frac{V_s^*}{V_p^*}$$

$$= \frac{1}{A_s - j b_s}$$

$$I_{pr} = \frac{1}{A_s - j b_s} I_{sq} \quad (3.132)$$

Karena $I_{sq} = (V_s - V_q) y_{pq}$, maka :

$$V_p^* I_{pr} = V_s^* I_{sq}$$

$$\frac{I_{pr}}{I_{sq}} = \frac{V_s^*}{V_p^*}$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

$$= \frac{1}{A_s - j b_s}$$

$$I_{pr} = \frac{1}{A_s - j b_s} (V_s = V_q) y_{pq} \quad (3.133)$$

$$= \frac{(a_s + j b_s)}{a_s^2 + b_s^2} (V_s - V_q) y_{pq} \quad (3.133b)$$

Akan tetapi bila $V_s = \frac{V_p}{a_s + j b_s}$ pada persamaan (3.131b) disubstitusikan kedalam persamaan (3.133) maka :

$$I_{pr} = \left(\frac{a_s + j b_s}{a_s^2 + b_s^2} \right) \left(\frac{V_p}{a_s + j b_s} V_q \right) y_{pq}$$

$$= \frac{1}{a_s^2 + b_s^2} \{ V_p - (a_s + j b_s) V_q \} \frac{y_{pq}}{a_s^2 + b_s^2}$$

$$\{ V_p - (a_s + j b_s) V_q \} \frac{y_{pq}}{a_s^2 + b_s^2} \quad (3.134)$$

Dengan jalan yang sama didapatkan pula :

$$I_{qs} = (V_q - V_s) y_{pq}$$

$$= \left(V_q - \frac{V_p}{a_s + j b_s} \right) y_{pq}$$

$$= \{ (a_s + j b_s) V_q - V_p \} \frac{y_{pq}}{a_s + j b_s} \quad (3.135)$$

Perhitungan elemen matrik admitansi Y_{bus} diperoleh dari percobaan hubung singkat. Elemen diagonal Y_{pp} dilakukan menghubungkan sumber tegangan pada bus p dengan menganggap $V_p = 1.00$ p.u, serta rangkaian lainnya dihubung singkat, maka :

$$Y_{pp} = I_p = I_{p1} + I_{p2} + \dots + I_{pr} \dots$$

$$= (V_p - V_1) y_{p1} + (V_p - V_2) y_{p2} + \dots + I_{pr} \dots$$

$$= y_{p1} + y_{p2} \dots \dots \dots$$

$$+ \{ (V_p - (a_s + j b_s) V_q) \} \frac{y_{pq}}{a_s^2 + b_s^2} \quad (3.136a)$$

$$Y_{pp} = Y_{p1} + y_{p2} + \dots \left(\frac{y_{pq}}{a_s^2 + b_s^2} + \dots \right) \quad (3.136a)$$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

Elemen ini mengalami perubahan.

Dengan jalan yang sama pula dengan membuat $V_q = 1.00$ tegangan lainnya nol, maka :

$$\begin{aligned}
 Y_{qq} = I_q &= I_{q1} + I_{q2} + \dots I_{qs} \\
 &= (V_q - V_1) \frac{1}{q1} + (V_q - V_2) \frac{1}{q2} \\
 &+ \{(a_s + j b_s) v_q - V_p\} \frac{y_{qq}}{a_a + j b_s} \\
 &= y_{q1} + y_{q2} + y_{pq} \tag{3.137}
 \end{aligned}$$

Merupakan elemen yang tidak berubah.

Untuk elemen admitansi bersama Y_{pq} , diperoleh dengan membuat $V_p = 1$ tegangan bus lainnya nol; dengan memisalkan $I_q = V_p Y_{qp}$ dan $V_p = 1$, maka akan didapatkan :

$$I_q = Y_{qp} = - \frac{y_{pq}}{a_a + j b_s} \tag{3.138}$$

Merupakan elemen yang berubah juga. Dengan jalan yang sama, bila dibuat $V_q = 1$, dan bus yang lainnya dihubungkan singkat (bertegangan nol), akan didapatkan elemen matrik admitansi :

$$Y_{pq} = I_p - \frac{y_{pq}}{a_a - j b_s} \tag{3.139}$$

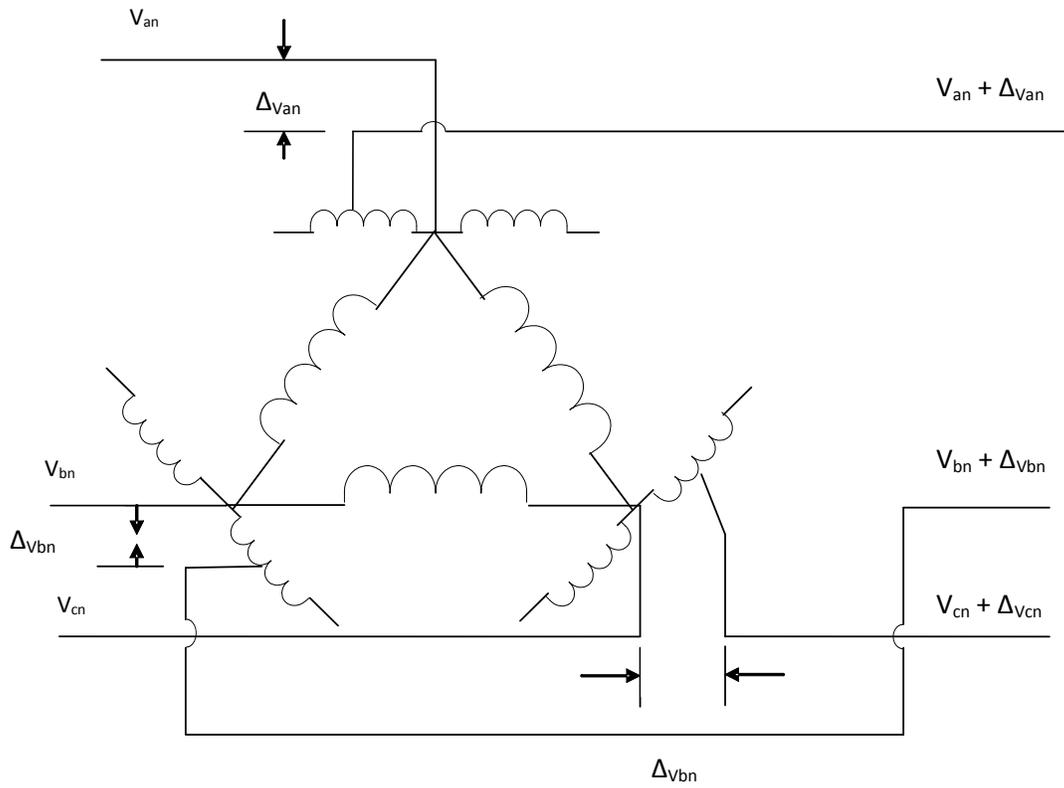
Yang jugamengalami perubahan elemen dan $Y_{pq} = y_{qp}$.

Sesuai dengan persamaan (3.130) maka jika sudut Θ positif, maka V_p adalah mendahului tegangan V_s ataupun V_q .

Rangkaian transformator menggeser fasa ditunjukkan pada gambar 3.12, sedangkan fasor tegangannya ditunjukkan pada gambar 3.13.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

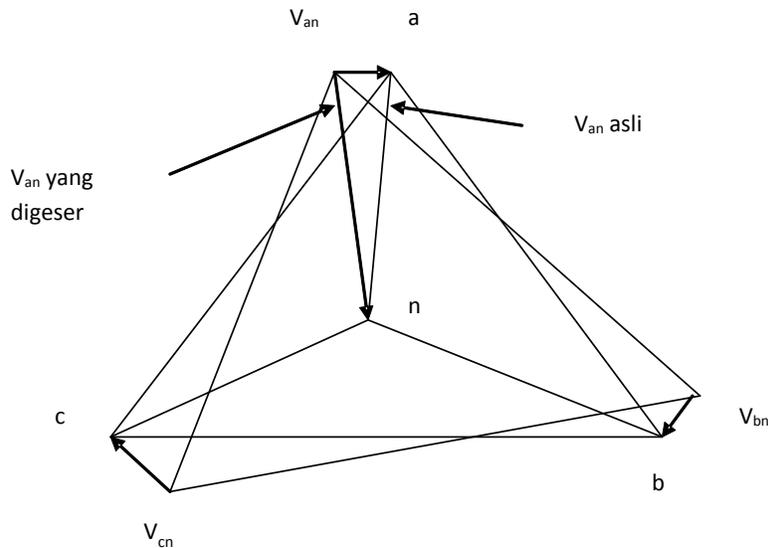


GAMBAR 3.12

RANGKAIAN TRANSFORMATOR PENGGESER FASA

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno



GAMBAR 3.13

DIAGRAM FASOR UNTUK TRANSFORMATOR PENGGESER FASA YANG
DITUNJUKKAN OLEH GAMBAR 3.12

3.7. Ringkasan

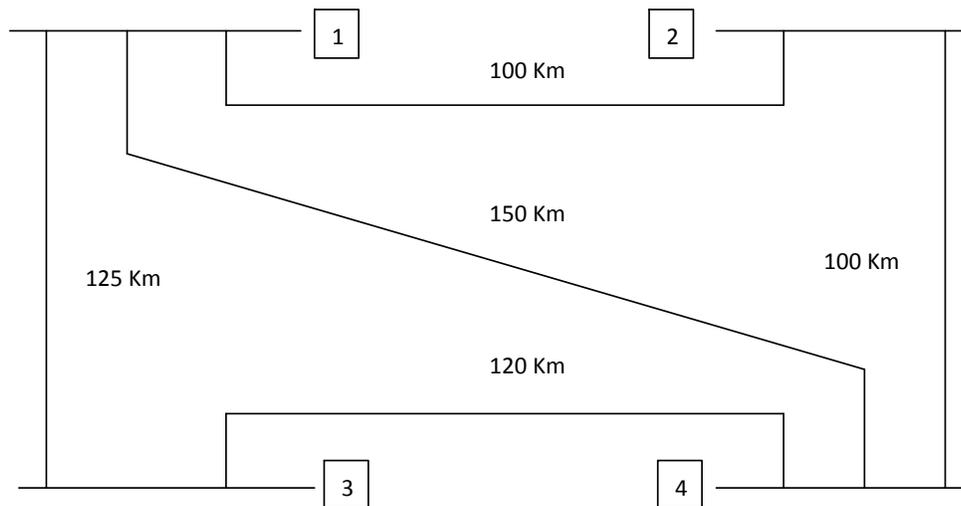
1. Setiap bus mempunyai 4 parameter yaitu daya riel, daya semu, tegangan dan sudut fase tegangan.
2. Setiap bus dapat berfungsi diantara 3 katagori yaitu bus beban, bus control dan bus referensi atau slack bus.
3. Factor daya dan daya reaktipsangat mempengaruhi kemampuan disetiap bus.
4. Aliran daya menyebabkan terjadinya perubahan tegangan pada bus, besarnya perubahan ini harus dibatasi atau masih di dalam batas nilai yang konvergen ; nilai ini diperoleh dari membaca dan mengoreksi lagi.

3.8. Soal – soal

1. Jaringan sistem tenaga listrik 150 kV 4 bus pada gambar 3.14 mempunyai impedansi seri $0.1 + j 0.7 \text{ Ohm/Km}$ dan admitansi shunt 3.5 mikro mho/km .

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno



GAMBAR 3.14

RNGKAIAN SOAL NO.1

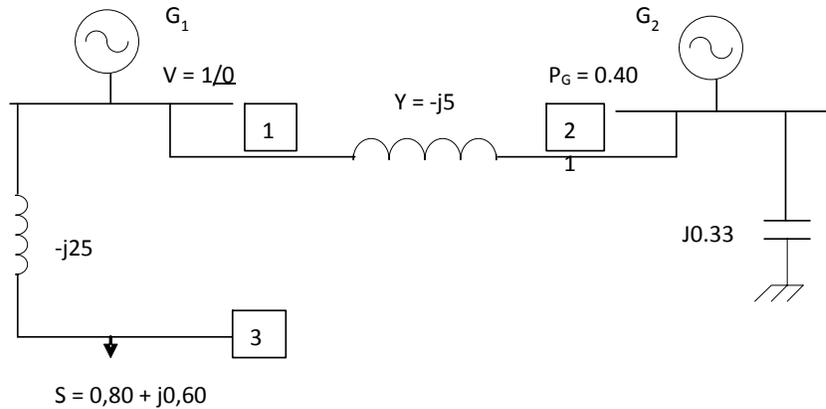
Pertanyaan :

- Buatlah matrik admitansi jaringan tersebut, nyatakan dalam pu dengan dasar 100MVA, 150 kV.
- Dengan menganggap bus 1 sebagai referensi dan menggunakan Y bus metoda Gauss sedel hitunglah tegangan pada masing- masing tegangan pada bus.
- Dengan factor percepatan 1.6 hitunglah tegangan pada masing- masing bus.
- Bila dikehendaki toleransi maksimum tegangan 0.0001 hitunglah besarnya tegangan pada bus.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

2. Aliran daya sistim tiga fasa pada gambar 3.15 bus 1 sebagai bus referensi.



GAMBAR 3.15

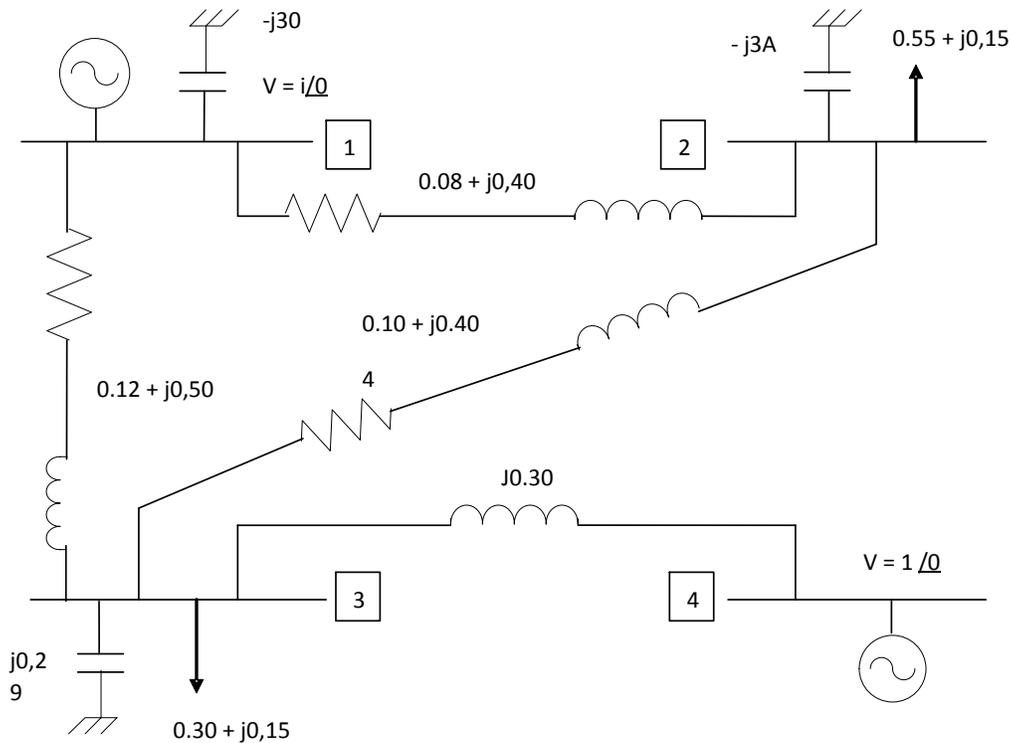
RANGKAIAN SOAL NO.2

Pertanyaan :

- Dengan metoda Gauss- Sedel pada iterasi pertama hitunglah besarnya tegangan (dan sudut fasanya) paa bus 2 Dn 3.
 - Dengan menggunakan factor percepatan 1.4, hitunglah tegangan pada bus 2 dan 3.
 - Hitunglah penyimpangan tegangan yang diperoleh pada perhitungan 1 dan 2 dengan metoda Newton- Raphson.
 - Bandingkanhasil tegangan yang diperoleh dari 1 dan 4 diatas.
3. Diagram satu baris pada gambar 3.16 bus2 sebagai eferensi bus, bus 2 dan 3 adalah bus beban dan bus 4 adalah bus pembangkit.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno



GAMBAR 3.16

RANGKAIAN SOAL NO.3

Pertanyaan :

a. Hitunglah tegangan pada bus 2 dan 4 dan ketelitiannya bila dengan persyaratan :

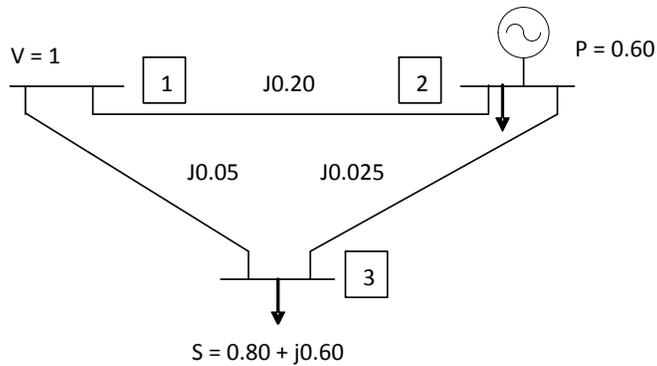
- Metoda Gauss- Sedel
- Factor percepatan 1.6
- Hitunglah hingga iterasi ke tiga

b. Bandingkan hasil bila dilakukan dengan metoda Newton- Raphson.

4. Beban listrik disuplay melalui bus 3 oleh sistem jaringan yang ditunjukkan pada gambar 3.17.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

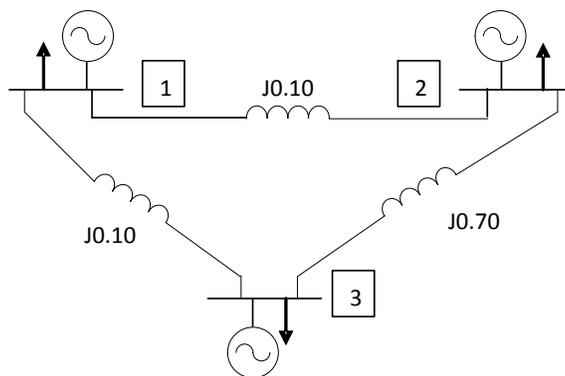


GAMBAR 3.17

RANGKAIAN SOAL NO. 4

Tentukan tegangan dan daya reaktif pada bus 3, gunakan metoda Gauss- Sedel hingga iterasi ke 1.

5. Sistem daya listrik 3 bus pada gambar 3.18 mempunyai data- data sebagai berikut :



GAMBAR 3.18

RANGKAIAN SOAL NO. 5

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

BUS	BEBAN NYATA	BEBAN REAKTIF	DAYA NYATA	DAYA RAEKTIF	TEGANGAN
1	$P.D_1 = 1.0$	$QD_1 = 0.5$	$PG_1 = 1.0$	Tak diketahui	$ V_1 = 1$
2	$P.D_2 = 0$	$QD_2 = 0$	$PG_2 = 1.0$	Tak diketahui	$ V_2 = 1$
3	$P.D_3 = 1.0$	$QD_3 = 0.5$	$PG_3 = 0$	Tak diketahui	$ V_3 = 1$

Semua beban dalam per unit pada basis 220kV dan 50 MVA.

Pertanyaan :

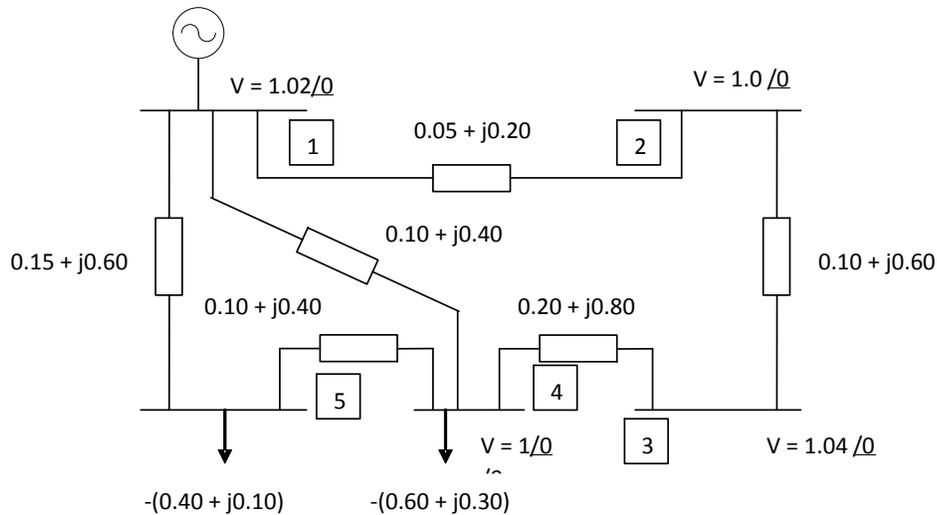
- a. Tulis persamaan aliran daya untuk sistem diatas.
 - b. Selesaikan persamaan aliran daya tersebut dengan cara pendekatan.
 - c. Selesaikan persamaan aliran daya tersebut dengan cara iterative.
6. Sistem tenaga listrik yang mempunyai 5 bus ditunjukkan pada gambar 3.19.

Tegangan pada bus 1 sebagai referensi bus dan bus 3 dijaga tetap.

Beban pada bus 2, 4 dan 5 adalah induktif, yang mempunyai batasan daya reaktif 0 dan maksimum 10 pu.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno



GAMBAR 3.19

RANGKAIAN SOAL NO. 6

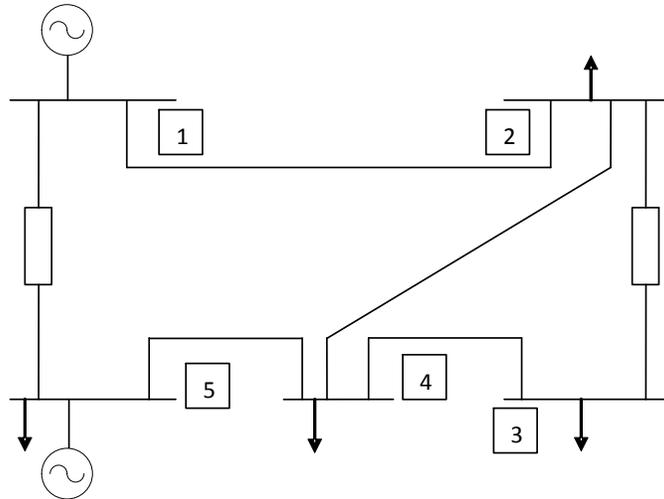
Harga yang ditunjukkan adalah tegangan (kV), impedansi (ohm) dan daya (MVA) dalam pu pada 1 MVA, 20 kV.

- Hitung tegangan bus dengan metoda Gauss- Sedel hingga iterasi ketiga.
- Hitung perubahan (selisih tegangan) pada bus.
- Hitung besarnya daya pada tiap bus.
- Hitung aliran daya pada sistem.
- Hitung arus pada setiap bus.

7. Gambar 3.20 adalah jaringan sistem tenaga listrik tiga fasa yang data- datanya adalah per unit (p.u) pada dasar 100 MVA, 150 KV dengan bus 1 sebagai referensi bus.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno



GAMBAR 3.20
RANGKAIAN SOAL NO. 7

BUS	Z_{pq}	$Y'_{pq}/2$
1 - 2	$0.02 + j0.04$	$j0.020$
2 - 3	$0.04 + j0.20$	$j0.010$
3 - 5	$0.15 + j0.50$	$j0.015$
3 - 4	$0.03 + j0.10$	$j0.025$
4 - 5	$0.05 + j0.25$	$j0.010$
5 - 1	$0.08 + j0.30$	$j0.020$

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

BUS	PEMBANGKIT		BEBAN	
	MW	MVAR	MW	MVAR
1	50	20	0	0
2	0	0	15	10
3	0	0	45	20
4	0	0	40	15
5	30	10	50	25

Hitung daya dan daya pada bus :

- Dengan metoda Gauss- Sedel, Y Bus, factor percepatan 1.5 dan toleransi 0.0001 pu.
- Dengan metoda Newton- Rhapson Bus dengan toleransi 0.0001 pu.
- Dengan metoda Newton- Rhapson secara pendekatan.

6. Tiga fasa urutan ABC bertegangan $V_{AB} = 100$, $V_{BC} = 70.2$ V dan $V_{CA} = 70,7$ V menyuplai

beban tidak seimbang hubungan delta $Z_{AB} = 20/\underline{-60}$, $Z_{BC} = 28,28/\underline{45}^\circ$ dan $Z_{CA} = 28,28/\underline{45}^\circ$.

- Hitung arus beban dan arus salurannya.
 - Hitung urutan komponen arus dan tegangannya.
7. Arus- arus yang mengalir dalam saluran yang menuju suatu beban seimbang hubungan delta $I_a = 100 \underline{/0}$, $I_b = 141 \underline{/175}^\circ$ dan $I_c = 100 \underline{/90}^\circ$ A, tentukan suatu rumus urutan hubungan antara komponen- komponen simetris arus saluran arus dan bebannya, yaitu I_{a1} dan I_{a2} dan atau I_{b1} dan I_{b2} !
8. Tegangan pada terminal beban seimbang 3 buah resistor 10 ohm hubungan bintang adalah $V_{ab} = 100 \underline{/0}$, $V_{bc} = 80 \underline{/121}$ dan $V_{ca} = 90 \underline{/130}$.
- Tentukan hubungan antara komponen simetris tegangan arus saluran dan tegangan fasor.

toto_sukisno@uny.ac.id;

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno

- b. Hitung arus – arus fasornya.
- c. Berapa daya terpakai pada resistor tersebut.

[toto_sukisno@uny.ac.id;](mailto:toto_sukisno@uny.ac.id)

disalin dari buku analisis system tenaga listrik yang ditulis Ir. Sulasno