

Geometri Dimensi Dua

Materi Pelatihan Guru SMK Model Seni/Pariwisata/Bisnis Manajemen

Yogyakarta, 28 November – 23 Desember 2010



Oleh

Dr. Ali Mahmudi

**JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
2010**

Geometri Dimensi Dua

A. Pendahuluan

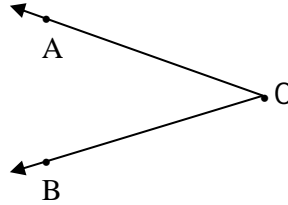
Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) yang saat ini telah diimplementasikan di sekolah sesungguhnya ruhnya adalah kurikulum berbasis kompetensi. Kurikulum Berbasis Kompetensi dapat diartikan sebagai rancangan kurikulum yang dikembangkan berdasarkan seperangkat kompetensi khusus yang harus dipelajari dan atau ditampilkan siswa. Dalam hal ini, kompetensi diartikan sebagai pengetahuan, keterampilan, dan nilai-nilai dasar yang direfleksikan dalam kebiasaan berpikir dan bertindak. Dengan demikian, kompetensi yang harus dicapai siswa merupakan kemampuan yang komprehensif, yakni meliputi aspek kognitif, afektif, dan psikomotor. Seperangkat kompetensi tersebut pada akhirnya akan menggambarkan sebuah profil kompetensi yang utuh, terukur, dan teramati.

Untuk mencapai kompetensi tersebut dipilih materi-materi matematika dengan memperhatikan struktur keilmuan, tingkat kedalaman materi, serta sifat esensial materi dan keterpakaiannya dalam kehidupan sehari-hari. Kemampuan matematika yang dipilih dirancang sesuai dengan kemampuan dan kebutuhan siswa agar dapat berkembang secara optimal, serta memperhatikan pula perkembangan pendidikan matematika di dunia sekarang ini. Secara umum, terdapat 4 aspek matematika yang dibelajarkan di sekolah, yakni: Bilangan, Geometri dan pengukuran, Peluang dan Statistika, dan Aljabar. Pembelajaran geometri di sekolah secara umum dimaksudkan untuk mengembangkan kemampuan bernalar siswa yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah.

Dengan menyadari bahwa kompetensi guru untuk melaksanakan kegiatan pembelajaran matematika dengan baik, terlebih dalam penguasaan materi ajar merupakan faktor dominan penentu keberhasilan implementasi suatu kurikulum, maka usaha untuk meningkatkan kemampuan guru perlu terus dilakukan. Pada makalah ini, disajikan beberapa materi geometri dimensi dua sebagai bahan diskusi untuk menyegarkan kembali dan meningkatkan kemampuan guru dalam menguasai materi ajar geometri di SMK. Materi-materi yang diuraikan dalam makalah ini adalah sudut, bangun datar (segitiga dan segiempat serta luasnya), dan transformasi geometri.

B. Sudut

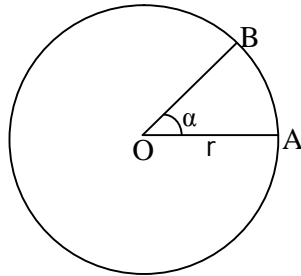
Sudut adalah gabungan dua sinar garis yang bersekutu titik pangkalnya.



Gambar 1. Sudut

Suatu sudut yang dibentuk oleh sinar garis OA dan OB dinotasikan $\angle AOB$ atau $\angle BOA$ atau $\angle O$. Sinar garis OA dan OB disebut **kaki-kaki sudut** dan titik O disebut **titik sudut**.

Ukuran sudut dinyatakan dengan derajat atau radian. Perhatikan Gambar 1 berikut. Ukuran $\angle AOB$ adalah 1° apabila panjang busur AB sama dengan $\frac{1}{360}$ keliling lingkaran. Dengan kata lain, ukuran sudut satu putaran penuh adalah 360° . Ukuran $\angle AOB$ adalah 1 radian apabila panjang busur AB sama dengan jari-jari lingkaran, yaitu r.



Gambar 2. Satuan Sudut

Hubungan antara dua satuan sudut, yaitu derajat dan radian adalah sebagai berikut. Perhatikan kembali Gambar 2 di atas.

$$\frac{r}{2\pi r} = \frac{1 \text{ rad}}{360^\circ} \text{ atau } 1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} = 57,3^\circ$$

Sebaliknya dapat ditentukan bahwa

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ radian}$$

Suatu sudut disebut **sudut nol** apabila kaki-kaki sudut tersebut berimpit. Sedangkan suatu sudut disebut **sudut lurus** apabila kaki-kaki sudut tersebut berlawanan. Dua sudut berlainan dikatakan **berdampingan** apabila kedua sudut tersebut memiliki titik sudut yang sama dan salah satu kaki dari kedua sudut tersebut berimpit, sedangkan kaki-kaki yang lain terletak berlainan pihak terhadap garis yang memuat kaki yang berimpit.

Daerah dalam $\angle AOB$ (bukan sudut nol) adalah irisan antara himpunan titik-titik yang sepihak dengan A terhadap sinar garis OB dan himpunan titik-titik yang sepihak dengan B terhadap sinar garis OA. Titik-titik yang tidak terletak pada daerah dalam maupun pada $\angle AOB$ dikatakan terletak pada daerah luar $\angle AOB$.

Ukuran sudut nol adalah 0° dan ukuran sudut lurus adalah 180° . Sudut siku-siku adalah sudut dengan ukuran 90° . Sudut lancip adalah sudut dengan ukuran lebih dari 0° tetapi kurang dari 90° . Sudut tumpul adalah sudut dengan ukuran lebih dari 90° tetapi kurang dari 180° . Dalam praktik pembelajaran, dapat diperkenalkan istilah **sudut berat ke dalam (sudut refleks)**, yaitu sudut dengan ukuran lebih dari 180° dan kurang dari 360° , sedangkan sudut dengan ukuran 0° sampai 180° disebut **sudut berat ke luar**.

Dua sudut berlainan disebut **berpelurus** apabila jumlah ukuran dua sudut tersebut adalah 180° . Bila dua sudut berlainan berpelurus, maka sudut yang satu disebut **pelurus (suplemen)** sudut yang lain. Dua sudut berlainan disebut membentuk **pasangan linear** apabila keduanya berdampingan dan kaki-kaki yang tak berimpit merupakan sinar-sinar garis yang berlawanan. Akibatnya, jika dua sudut membentuk pasangan linear, maka keduanya berpelurus.

Dua sudut berlainan disebut **bersisian** apabila dua sudut tersebut berdampingan dan berpelurus. Dua sudut berlainan yang masing-masing bukan merupakan sudut nol ataupun sudut lurus, disebut bertolak belakang apabila kaki-kaki kedua sudut tersebut membentuk dua pasang sinar garis yang berlawanan.

Berikut adalah beberapa sudut.

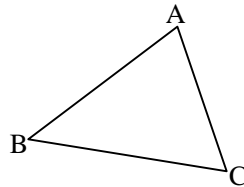
1. Jika dua sudut berlainan yang masing-masing berpelurus dengan suatu sudut yang sama, maka keduanya kongruen.

2. Jika dua sudut merupakan pelurus dari dua sudut lain yang kongruen, maka kedua sudut yang disebut pertama kongruen.
3. Dua sudut berpenyiku apabila jumlah ukuran kedua sudut tersebut sama dengan ukuran sudut siku-siku. Bila dua sudut berlainan berpenyiku, maka sudut yang satu disebut **penyiku (*komplemen*)** sudut yang lain.
4. Jika dua sudut berlainan yang masing-masing berpenyiku dengan suatu sudut yang sama, maka kedua sudut tersebut kongruen.
5. Jika dua sudut merupakan penyiku dari dua sudut lain yang kongruen, maka kedua sudut yang disebut pertama kongruen.
6. Jika dua sudut berlainan kongruen dan berpelurus, maka kedua sudut tersebut masing-masing adalah sudut siku-siku.
7. Jika dua sudut berlainan bertolak belakang, maka kedua sudut tersebut kongruen.

C. Bangun Datar

1. Segitiga

Segitiga adalah gabungan tiga ruas garis yang dibentuk oleh tiga titik yang tidak segaris yang sepasang-sepasang dihubungkan. Ketiga ruas garis tersebut disebut sisi-sisi segitiga. Sudut-sudut yang terbentuk oleh pasangan-pasangan sisi-sisi tersebut disebut sudut-sudut segitiga; dengan titik-titik sudut ketiga titik tersebut. Misalkan tiga titik yang dimaksud adalah titik-titik A, B, dan C. Segitiga yang terbentuk dinotasikan $\triangle ABC$. Sisi-sisi $\triangle ABC$ adalah \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{AC} dan sudut-sudutnya $\angle BAC$, $\angle ABC$, dan $\angle ACB$, dengan titik-titik sudut A, B, dan C.



Gambar 3. Segitiga

Berdasarkan ukuran sisi-sisinya, segitiga dapat diklasifikasikan sebagai berikut.

- a. **Segitiga sama kaki**, yaitu segitiga yang dua sisinya kongruen. Pada segitiga samakaki, sudut yang diapit oleh dua sisi yang kongruen disebut **sudut-puncak**; titik sudutnya disebut **titik-puncak**, dan sisi yang menghadap sudut-puncak disebut **sisi-alas** (*base*).
- b. **Segitiga samasisi** adalah segitiga yang ketiga sisinya sepasang-sepasang kongruen.

Segitiga yang sisi-sisinya tidak memenuhi dua klasifikasi di atas disebut **segitiga sederhana** atau **segitiga sembarang**.

Berdasarkan ukuran sudut-sudutnya, segitiga dapat diklasifikasikan sebagai berikut.

- a. **Segitiga tumpul** adalah segitiga yang salah satu sudutnya merupakan sudut tumpul.
- b. **Segitiga siku-siku** adalah segitiga yang salah satu sudutnya merupakan sudut siku-siku. Sisi yang menghadap sudut siku-siku disebut **sisi miring** (*hypotenuse*) dan sisi-sisi yang lain disebut **sisi-sisi siku-siku**.
- c. **Segitiga lancip** adalah segitiga yang ketiga sudutnya merupakan sudut lancip.
- d. **Segitiga siku-siku samakaki** adalah segitiga siku-siku yang sisi-sisi siku-sikunya kongruen.
- e. **Segitiga tumpul samakaki** adalah segitiga tumpul yang sudut tumpulnya terapat oleh dua sisi yang kongruen.

2. Segiempat

Segiempat (segiempat sederhana) adalah gabungan empat ruas garis yang tertentu oleh empat titik dengan setiap tiga titik tidak segaris, yang sepasang-sepasang bertemu pada ujung-ujungnya, dan setiap ruas garis bertemu dengan dua ruas garis lain yang berbeda. Ruas-ruas garis tersebut disebut **sisi-sisi segiempat**, sudut-sudut yang terbentuk disebut **sudut-sudut dalam segiempat**, dengan titik-titik sudut adalah keempat titik tersebut.

Suatu segiempat (segiempat sederhana) disebut **konveks** apabila setiap sisi segiempat tersebut berlaku bahwa seluruh segiempat tersebut terletak pada salah

satu setengah bidang tertutup yang tertentu oleh garis yang memuat sisi tersebut. Dalam hal ini pembahasan segiempat dibatasi pada segiempat konveks dan selanjutnya disebut **segiempat**.

Dari suatu segiempat, pasangan **sisi berhadapan** adalah pasangan sisi yang tidak berpotongan; pasangan **sudut berhadapan** adalah pasangan sudut yang tidak memiliki sisi sekutu; pasangan **sisi berdekatan** adalah pasangan sisi yang memiliki titik sudut sekutu; dan pasangan **sudut berdekatan** adalah pasangan sudut yang memiliki sisi sekutu. **Diagonal** suatu segiempat adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut dari pasangan sudut berhadapan.

Berikut diuraikan beberapa jenis segiempat, yaitu trapesium, jajargenjang, persegi panjang, belah ketupat, persegi, dan layang-layang.

a. Trapesium

Trapesium (*trapezoid*) adalah segiempat yang memiliki tepat sepasang sisi sejajar. Sisi-sisi yang sejajar tersebut disebut **alas** (*base*) dan pasangan sisi yang tidak sejajar disebut kaki-kaki trapesium tersebut.

Terdapat tiga jenis trapezium, yaitu sebagai berikut.

- 1) Trapesium **sama kaki**, yaitu trapesium yang memiliki sepasang sisi kongruen. Dapat pula didefinisikan, trapesium sama kaki adalah trapesium yang kaki-kakinya kongruen. Dapat ditunjukkan bahwa kedua diagonal trapesium sama kaki saling kongruen.
- 2) Trapesium **siku-siku**, yaitu trapesium yang salah satu sudutnya siku-siku.
- 3) Trapesium sembarang, yaitu trapesium yang ukuran-ukuran sisinya berbeda.

b. Jajargenjang

Jajargenjang (*parallelogram*) adalah segiempat yang sepasang-sepasang sisi yang berhadapan sejajar. Terdapat beberapa sifat jajargenjang sebagai berikut.

- 1) Setiap diagonal jajargenjang membentuk dua segitiga yang kongruen.
- 2) Sisi-sisi yang berhadapan pada suatu jajargenjang sepasang-sepasang kongruen.

- 3) Sudut-sudut yang berhadapan pada suatu jajargenjang sepasang-sepasang kongruen.
- 4) Setiap pasang sudut berdekatan pada suatu jajargenjang berpelurus.
- 5) Setiap diagonal suatu jajargenjang saling membagi dua sama panjang.

c. Persegipanjang

Persegipanjang (*rectangle*) adalah jajargenjang yang salah satu sudutnya siku-siku. Implikasi dari definisi ini adalah setiap sudut persegipanjang adalah siku-siku. Dapat ditunjukkan bahwa kedua diagonal persegipanjang kongruen.

d. Belah Ketupat

Belah ketupat (*rhombus*) adalah jajargenjang yang sepasang sisi yang berdekatan kongruen. Berikut adalah beberapa sifat belah ketupat.

- 1) Keempat sisi suatu belah ketupat sepasang-sepasang kongruen.
- 2) Setiap diagonal suatu belah ketupat berimpit dengan garis bagi sudutnya.
- 3) Kedua diagonal suatu belah ketupat tegaklurus.

e. Persegi

Persegi adalah persegipanjang yang sepasang sisinya yang berdekatan kongruen. Dapat pula didefinisikan, persegi adalah belah ketupat yang salah satu sudutnya siku-siku.

f. Layang-Layang

Layang-layang adalah segiempat yang salah satu diagonalnya berimpit dengan sumbu diagonal yang lain. Jika suatu layang-layang memiliki sepasang sudut yang berdekatan berpelurus, maka layang-layang tersebut adalah belahketupat.

D. Keliling dan Luas Bangun Datar

Keliling bangun datar adalah jumlah ukuran sisi-sisi bangun datar tersebut. Sebelum menguraikan mengenai luas bangun-bangun datar, berikut disajikan aksioma-aksioma terkait.

1. Jika dua segitiga kongruen, maka dua segitiga tersebut memiliki luas daerah yang sama.

2. Misalkan daerah R adalah gabungan dua daerah R_1 dan R_2 . Jika R_1 dan R_2 berpotongan paling tidak pada sebanyak finit ruas garis dan titik, maka luas daerah R adalah jumlah luas R_1 dan R_2 .

Untuk selanjutnya istilah luas bangun datar dimaksudkan sebagai luas daerah bangun datar.

1. Luas Persegipanjang

Luas segiempat adalah banyaknya persegi satuan yang digunakan untuk 'menutup' daerah segiempat tersebut. Persegi satuan adalah persegi yang ukuran sisinya adalah satu (satu satuan panjang). Dari pengertian tersebut, dapat ditentukan bahwa luas persegipanjang adalah hasil kali ukuran-ukuran sepasang sisi yang berdekatan. Salah satu sisi dari sepasang sisi berdekatan persegipanjang tersebut biasanya disebut panjang (alas) dan sisi lainnya disebut lebar (tinggi).

2. Luas Segitiga

Perhatikan bahwa daerah persegipanjang dapat dipartisi menjadi dua daerah segitiga siku-siku yang kongruen. Memperhatikan hal itu, dapat ditentukan bahwa luas segitiga siku-siku adalah setengah hasil kali ukuran-ukuran sisi-sisi siku-sikunya. Selanjutnya, berdasarkan hal tersebut dapat ditentukan bahwa luas segitiga secara umum adalah setengah hasil kali ukuran suatu sisi dan ukuran garis-tinggi yang terkait dengan sisi tersebut. Khusus pada perhitungan luas, sisi yang dimaksud dalam hal ini disebut alas dan ukuran garis-tinggi yang dimaksud disebut tinggi.

Berikut disajikan sifat-sifat terkait luas segitiga.

- a. Jika dua segitiga memiliki tinggi yang sama, maka perbandingan luas kedua segitiga tersebut sama dengan perbandingan ukuran-ukuran alasnya.
- b. Jika dua segitiga memiliki tinggi-tinggi yang sama dan ukuran-ukuran alas yang terkait juga sama, maka luas kedua segitiga tersebut sama.

3. Luas Jajargenjang

Daerah jajargenjang dapat dipartisi menjadi daerah persegi panjang dan segitiga. Memperhatikan hal itu, dapat ditentukan bahwa luas jajargenjang adalah hasil kali ukuran sebarang sisi dan tinggi yang terkait dengan sisi tersebut. Dalam

hal ini, tinggi jajargenjang adalah jarak sepasang sisi yang berhadapan. Perhatikan bahwa jajar genjang memiliki dua tinggi.

4. Luas Trapesium

Sebagaimana jajargenjang, daerah trapesium juga dapat dipartisi menjadi daerah persegi panjang dan daerah segitiga. Memperhatikan hal tersebut dapat ditentukan bahwa luas trapesium adalah setengah hasil kali tinggi dan jumlah ukuran alas-alasnya. Tinggi trapesium adalah jarak antara garis-garis yang memuat alas-alasnya.

5. Luas Belah Ketupat dan Layang-Layang

Luas belah ketupat dan layang-layang adalah setengah hasil kali diagonal-diagonalnya.

E. Penutup

Uraian pada makalah ini dimaksudkan sebagai bahan diskusi. Segala bukti dari teorema-teorema/dalil yang dibahas dalam makalah ini sengaja tidak disertakan secara lengkap dan detail dengan maksud untuk dijadikan bahan latihan peserta yang akan dibahas pada saat pelatihan dengan melibatkan aktivitas peserta pelatihan. Dengan cara demikian, diharapkan pelatihan lebih bermakna bagi peserta.

F. Daftar Pustaka

Barnet Rich dan Philip A. Schnidt. 1999. *Geometry*. USA: McGraw-Hill Companies.

Kenneth J. Travers, LeRoy C. Dolton, dan Katherine P. Layton. 1987. *Geometry*. Illinois USA: Laidlaw Brothers Publisher.

Mervin L. Keedy, Richard E Jameson, Stanley A. Smith, dan Eugene Mould. 1967. *Exploring Geometry*. Newyork: Holt, Renhart & Winston. Inc.