

# **Membelajarkan Geometri dengan Program *GeoGebra***

Makalah Disampaikan Pada Seminar Nasional Matematika  
dan Pendidikan Matematika

Seminar diselenggarakan oleh Jurusan Matematika  
FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta  
Sabtu, 27 Nopember 2010



Oleh  
**Dr. Ali Mahmudi**

**JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA  
2010**

## **Membelajarkan Geometri dengan Program *GeoGebra***

Ali Mahmudi  
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY Yogyakarta  
*Email: ali\_uny73@yahoo.com*

### **ABSTRAK**

Pemanfaatan teknologi komputer dengan berbagai programnya dalam pembelajaran matematika sudah merupakan keharusan dan kebutuhan. Salah satu program komputer (*software*) yang dapat dimanfaatkan sebagai media pembelajaran matematika, khususnya geometri, adalah *GeoGebra*. Dengan program *GeoGebra*, objek-objek geometri yang bersifat abstrak dapat divisualisasi sekaligus dapat dimanipulasi secara cepat, akurat, dan efisien. Program *GeoGebra* berfungsi sebagai media pembelajaran yang memberikan pengalaman visual kepada siswa dalam berinteraksi dengan konsep-konsep geometri. Dengan tampilan yang variatif dan menarik, serta kemudahan dalam memanipulasi berbagai objek geometri diharapkan dapat meningkatkan minat siswa sekaligus dapat meningkatkan efektivitas pembelajaran geometri.

***Kata Kunci : Geometri, GeoGebra.***

### **A. Pendahuluan**

Sebagaimana objek-objek matematika lainnya, objek geometri juga bersifat abstrak. Hal demikian berpotensi akan memunculkan berbagai kesulitan dalam mempelajarinya, terutama bagi siswa di kelas tingkat rendah, mengingat mereka pada umumnya belum mampu berpikir secara abstrak. Fakta demikian mendorong perlunya media pembelajaran yang dapat memberikan pengalaman visual kepada siswa dalam berinteraksi dengan objek-objek geometri yang bersifat abstrak tersebut.

Perkembangan teknologi komputer yang pesat memberikan peluang luas kepada kita untuk memanfaatkannya dalam berbagai hal, termasuk untuk meningkatkan efektivitas pembelajaran. Salah satu program komputer (*software*) yang dapat dimanfaatkan dalam pembelajaran matematika, khususnya geometri, adalah *GeoGebra*. Program ini dapat dimanfaatkan untuk meningkatkan pemahaman siswa terhadap konsep yang telah dipelajari maupun sebagai sarana untuk mengenalkan atau mengkonstruksi konsep baru.

Pada makalah ini, setelah dibahas secara umum mengenai program *GeoGebra* sebagai media pembelajaran matematika, akan disajikan beberapa contoh aplikasi program *GeoGebra* dalam pembelajaran geometri.

## **B. Program *Geogebra* Sebagai Media Pembelajaran Geometri**

Pemanfaatan komputer dalam pembelajaran matematika semakin relevan mengingat karakteristik yang dimiliki matematika. Tidak sebagaimana pada kajian ilmu lainnya, objek kajian matematika menurut Soedjadi (1999), adalah benda-benda pikiran yang bersifat abstrak. Hal inilah yang sering menjadi penyebab kesulitan siswa dalam mempelajari matematika. Mengapa? Di satu sisi objek kajian matematika bersifat abstrak, sementara di sisi lain, siswa belum mampu berpikir secara abstrak. Media pembelajaran mempunyai peran yang penting guna menjembatani kesenjangan itu. Dalam hal ini, komputer dapat berfungsi sebagai media pembelajaran yang dapat memberikan pengalaman visual kepada siswa dalam berinteraksi dengan objek-objek matematika. Hal ini dapat mendorong motivasi belajar siswa karena dapat memperjelas dan mempermudah pemahaman terhadap objek-objek matematika yang bersifat abstrak.

Berbagai manfaat program komputer dalam pembelajaran matematika dikemukakan oleh Kusumah (2003). Menurutnya, program-program komputer sangat ideal untuk dimanfaatkan dalam pembelajaran konsep-konsep matematika yang menuntut ketelitian tinggi, konsep atau prinsip yang repetitif, penyelesaian grafik secara tepat, cepat, dan akurat. Lebih lanjut Kusumah (2003) juga mengemukakan bahwa inovasi pembelajaran dengan bantuan komputer sangat baik untuk diintegrasikan dalam pembelajaran konsep-konsep matematika, terutama yang menyangkut transformasi geometri, kalkulus, statistika, dan grafik fungsi.

Berbagai pemanfaatan komputer dalam pembelajaran matematika dimaksudkan untuk mendukung dan memfasilitasi siswa dalam memahami konsep-konsep matematika. Dengan demikian, pemahaman konsep siswa harus mendapatkan prioritas utama daripada hanya meningkatkan kemampuan mekanistik siswa dalam memanfaatkan program komputer. Dalam hal ini bimbingan guru sangat diperlukan guna mengaitkan berbagai animasi atau aplikasi program komputer yang dihasilkan siswa dengan konsep-konsep yang relevan dan mendasarinya. Dalam banyak hal, pemahaman konsep haruslah mendahului berbagai pemanfaatan program komputer. Meskipun demikian, dalam batas-batas tertentu, program komputer dapat dimanfaatkan dalam proses pengkonstruksian konsep oleh siswa. Memang, berdasarkan fungsinya, media pembelajaran komputer

dapat diterapkan pada tahap penanaman konsep, pemahaman konsep, dan pembinaan keterampilan penguasaan konsep. Penanaman konsep merupakan tahapan pembelajaran yang menitikberatkan pada penyampaian konsep baru kepada siswa. Tahap pembelajaran pemahaman konsep menitikberatkan pada penguasaan dan perluasan wawasan siswa tentang konsep yang telah dipelajari pada tahap penanaman konsep. Sedangkan tahap pembelajaran pembinaan keterampilan penguasaan konsep menitikberatkan pada pembinaan keterampilan siswa menerapkan konsep yang telah dipelajari.

Salah satu program komputer (*software*) yang dapat digunakan sebagai media pembelajaran matematika adalah program *GeoGebra*. *Geogebra* dikembangkan oleh Markus Hohenwarter pada tahun 2001. Menurut Hohenwarter (2008), *GeoGebra* adalah program komputer (*software*) untuk membelajarkan matematika khususnya geometri dan aljabar. Program ini dapat dimanfaatkan secara bebas yang dapat diunduh dari [www.geogebra.com](http://www.geogebra.com). *Website* ini rata-rata dikunjungi sekira 300.000 orang tiap bulan. Hingga saat ini, program ini telah digunakan oleh ribuan siswa maupun guru dari sekira 192 negara.

Program *GeoGebra* melengkapi berbagai program komputer untuk pembelajaran aljabar yang sudah ada, seperti *Derive*, *Maple*, *MuPad*, maupun program komputer untuk pembelajaran geometri, seperti *Geometry's Sketchpad* atau *CABRI*. Menurut Hohenwarter (2008), bila program-program komputer tersebut dimaksudkan secara spesifik untuk membelajarkan aljabar atau geometri secara terpisah, maka *GeoGebra* dirancang untuk membelajarkan geometri sekaligus aljabar.

Menurut Hohenwarter (2008), program *GeoGebra* sangat bermanfaat bagi guru maupun siswa. Tidak sebagaimana pada penggunaan *software* komersial yang biasanya hanya bisa dimanfaatkan di sekolah, *Geogebra* dapat diinstal pada komputer pribadi dan dimanfaatkan kapan dan di manapun oleh siswa. Bagi guru, *GeoGebra* menawarkan kesempatan yang efektif untuk mengkreasi lingkungan belajar *online* interaktif yang memungkinkan siswa mengeksplorasi berbagai konsep-konsep matematika. Menurut Lavicza (Hohenwarter, 2010), sejumlah penelitian menunjukkan bahwa *GeoGebra* dapat mendorong proses penemuan dan

eksperimentasi siswa di kelas. Fitur-fitur visualisasinya dapat secara efektif membantu siswa dalam mengajukan berbagai konjektur matematis.

Pemanfaatan program *GeoGebra* memberikan beberapa keuntungan, di antaranya adalah sebagai berikut.

1. Lukisan-lukisan geometri yang biasanya dihasilkan dengan dengan cepat dan teliti dibandingkan dengan menggunakan pensil, penggaris, atau jangka.
2. Adanya fasilitas animasi dan gerakan-gerakan manipulasi (*dragging*) pada program *GeoGebra* dapat memberikan pengalaman visual yang lebih jelas kepada siswa dalam memahami konsep geometri.
3. Dapat dimanfaatkan sebagai balikan/evaluasi untuk memastikan bahwa lukisan yang telah dibuat benar.
4. Mempermudah guru/siswa untuk menyelidiki atau menunjukkan sifat-sifat yang berlaku pada suatu objek geometri.

Berdasarkan penelitian Embacher (Hohenwarter, 2008), siswa memperoleh manfaat lebih dari pemanfaatan program *GeoGebra*. Beberapa siswa memberikan komentar-komentar sebagai berikut. *“Program ini sangat membantu untuk melihat apa yang berubah ketika saya mengubah sesuatu yang lain”*. *“Ketika mempelajari konsep turunan, jika kita menggerakkan suatu titik menuju suatu titik yang lain, kita akan menyadari bahwa garis potong berubah menjadi garis singgung. Dengan menggambar pada kertas, kita tidak mampu memvisualisasikan apa yang akan terjadi”*. *“Dengan program ini, kita dapat berkesperimen secara luas dan bebas serta mencoba banyak hal untuk menemukan solusi sendiri terhadap suatu masalah”*.

Menurut Hohenwarter & Fuchs (2004), *GeoGebra* sangat bermanfaat sebagai media pembelajaran matematika dengan beragam aktivitas sebagai berikut.

1. Sebagai media demonstrasi dan visualisasi

Dalam hal ini, dalam pembelajaran yang bersifat tradisional, guru memanfaatkan *GeoGebra* untuk mendemonstrasikan dan memvisualisasikan konsep-konsep matematika tertentu.

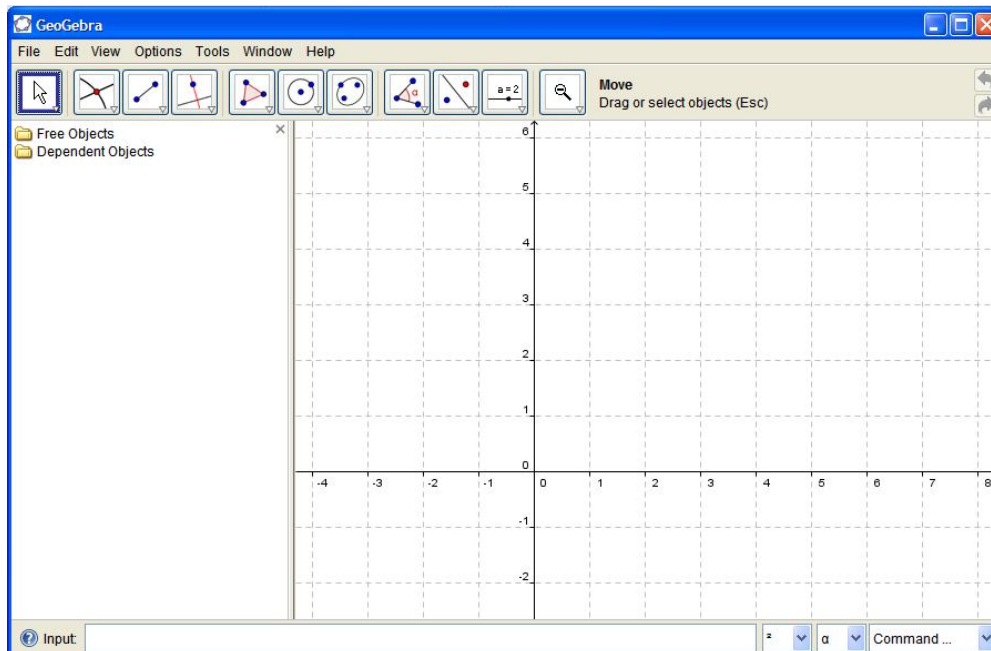
2. Sebagai alat bantu konstruksi

Dalam hal ini *GeoGebra* digunakan untuk memvisualisasikan konstruksi konsep matematika tertentu, misalnya mengkonstruksi lingkaran dalam maupun lingkaran luar segitiga, atau garis singgung.

3. Sebagai alat bantu proses penemuan

Dalam hal ini *GeoGebra* digunakan sebagai alat bantu bagi siswa untuk menemukan suatu konsep matematis, misalnya tempat kedudukan titik-titik atau karakteristik grafik parabola.

Menu utama *GeoGebra* adalah: *File*, *Edit*, *View*, *Option*, *Tools*, *Windows*, dan *Help* untuk menggambar objek-objek geometri. Menu *File* digunakan untuk membuat, membuka, menyimpan, dan mengekspor file, serta keluar program. Menu *Edit* digunakan untuk mengedit lukisan. Menu *View* digunakan untuk mengatur tampilan. Menu *Option* untuk mengatur berbagai fitur tampilan, seperti pengaturan ukuran huruf, pengaturan jenis (*style*) objek-objek geometri, dan sebagainya. Sedangkan menu *Help* menyediakan petunjuk teknis penggunaan program *GeoGebra*. Berbagai menu selengkapnya disajikan pada gambar berikut ini.



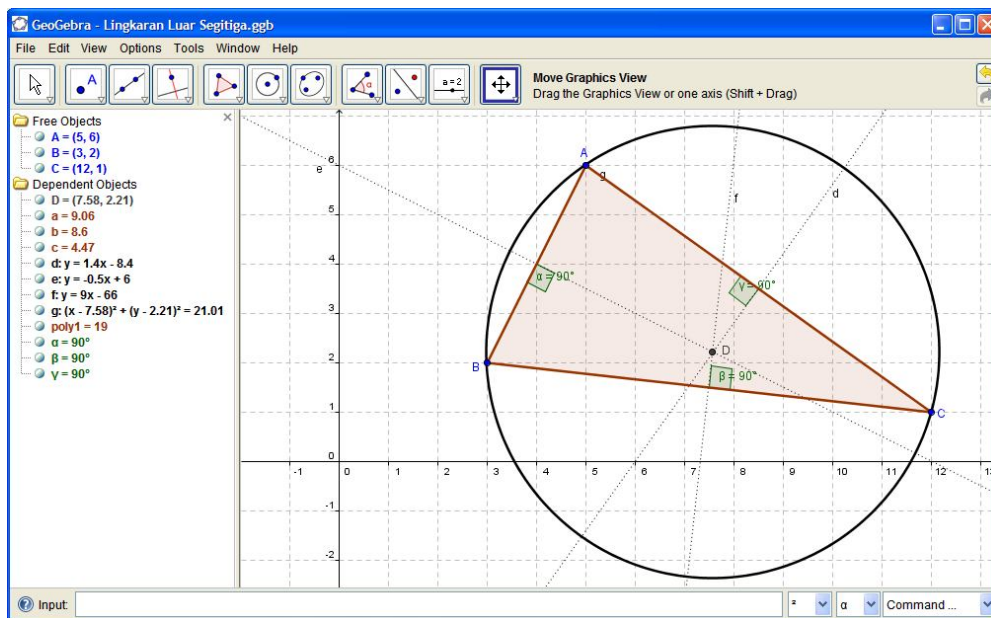
Gambar 1. Menu *GeoGebra*

### C. Beberapa Contoh Aplikasi Program GeoGebra

Pada bagian ini akan disajikan beberapa pemanfaatan program *GeoGebra*, yakni untuk menggambar lingkaran luar segitiga, lingkaran dalam segitiga, teorema *pythagoras*, dan karakteristik parabola. Selanjutnya akan dijelaskan pula mengenai *matematika dibalik gambar* yang menjelaskan secara analitis (matematis) mengenai gambar yang dihasilkan dengan program *GeoGebra*.

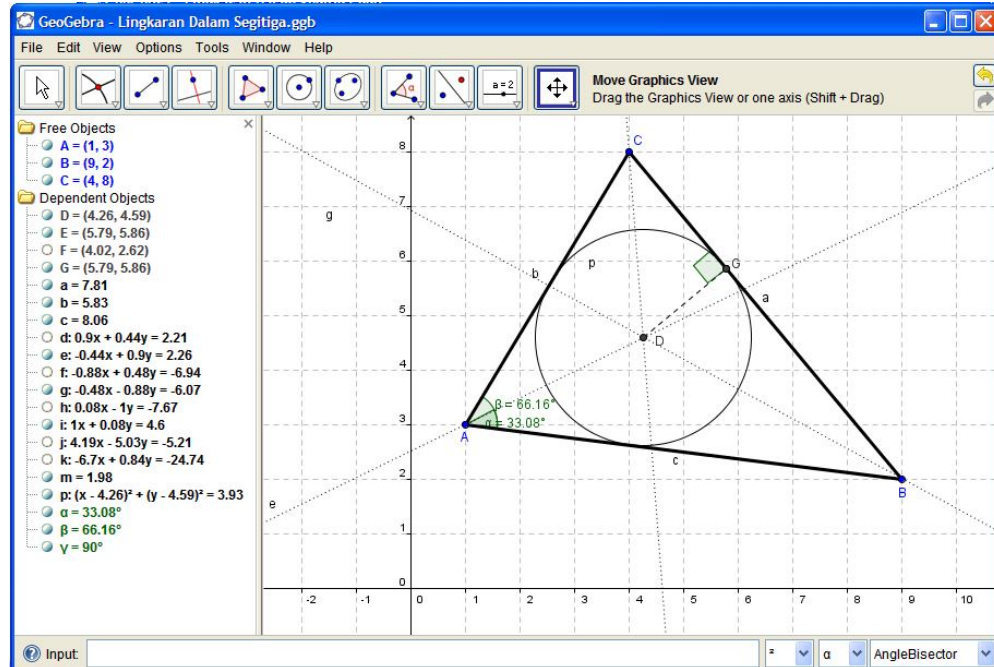
#### 1. Lingkaran-Luar Segitiga

Lingkaran-luar segitiga adalah lingkaran yang melalui ketiga titik sudut segitiga. Lingkaran-luar segitiga dapat diperoleh dengan terlebih dahulu menentukan titik potong ketiga sumbu sisi-sisinya, selanjutnya disebut titik sumbu, sebagai titik pusat lingkaran itu. Dengan program *GeoGebra* dapat dilukis lingkaran-luar segitiga sebagai berikut.



Gambar 2. Lingkaran-luar Segitiga

Dengan langkah yang relatif serupa, dapat dilukis lingkaran-dalam segitiga. Titik pusat lingkaran-dalam segitiga berimpit dengan titik bagi (titik potong ketiga garis bagi segitiga) dan jari-jarinya adalah jarak titik bagi ke sisi-sisi segitiga.



Gambar 3. Lingkaran-dalam Segitiga

***Matematika di balik gambar.***

Mengapa titik sumbu (pertemuan ketiga garis sumbu) merupakan titik pusat lingkaran luar segitiga? Berdasarkan konsep kekongruenan segitiga, dapat ditunjukkan bahwa sembarang titik pada garis sumbu suatu ruas garis berjarak sama terhadap ujung-ujung ruas garis itu. Dengan memandang bahwa ketiga sisi segitiga sebagai ruas-ruas garis dan karena titik sumbu terletak pada ketiga garis sumbu, maka jelas bahwa titik sumbu mempunyai jarak yang sama terhadap ketiga titik sudut segitiga. Jarak yang sama itulah jari-jari lingkaran-luar segitiga dimaksud.

Mengapa titik-bagi (pertemuan ketiga garis bagi) berimpit dengan titik pusat lingkaran-dalam segitiga? Berdasarkan konsep kekongruenan segitiga, dapat ditunjukkan bahwa sembarang titik pada garis bagi sudut berjarak sama terhadap kaki-kaki sudut tersebut. Dengan memandang bahwa ketiga sisi segitiga sebagai kaki-kaki sudut tersebut, maka jelas bahwa titik bagi sudut berjarak sama terhadap ketiga sisi segitiga. Jarak yang sama tersebut adalah jari-jari lingkaran-dalam segitiga.



## 2. Tempat Kedudukan (*Locus*)

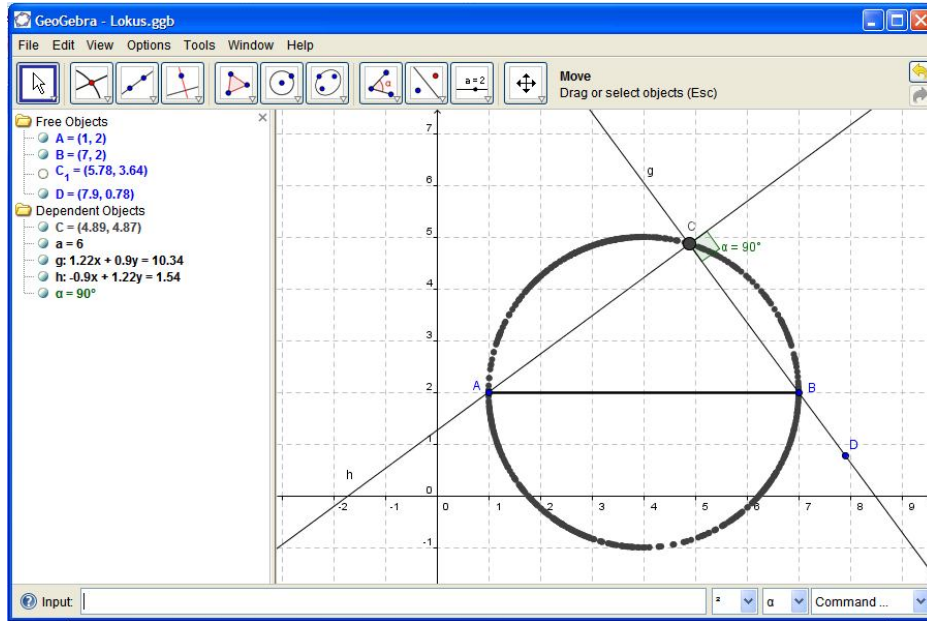
Tempat kedudukan titik-titik adalah himpunan titik-titik yang memenuhi syarat-syarat tertentu. Semua titik anggota himpunan tersebut memiliki sifat yang sama dan semua titik yang memiliki sifat itu adalah anggota himpunan tersebut. Salah satu cara untuk menentukan tempat kedudukan titik-titik adalah dengan mencari hubungan aljabar secara umum antara koordinat-koordinat titik-titik yang berubah-ubah. Hal ini dapat dikerjakan dengan mengubah syarat geometris menjadi syarat analitis. Langkah-langkah tersebut diuraikan sebagai berikut.

- a. Memisalkan titik yang memenuhi syarat adalah  $T(x_0, y_0)$ .
- b. Menulis syarat geometris yang harus dipenuhi
- c. Mengubah syarat geometris menjadi syarat analitis.
- d. Menjalankan koordinat titik  $T(x_0, y_0)$
- e. Menyederhanakan persamaan yang diperoleh dari (d), sehingga diperoleh persamaan tempat kedudukan yang diminta.

Program *GeoGebra* dapat digunakan untuk mempermudah penjelasan konsep tempat kedudukan titik-titik. Misal terdapat soal sebagai berikut.

*Diketahui ruas garis  $\overline{AB}$  dengan  $A(1,2)$  dan  $B(7,2)$ . Jika melalui  $B$  dilukis garis  $g$  dan melalui  $A$  dibuat garis  $h$  yang tegak lurus garis  $g$ . tentukan tempat kedudukan titik potong kedua garis tersebut.*

Dengan menggunakan program *GeoGebra*, soal di atas dapat diselesaikan (ditunjukkan) sebagai berikut.



Gambar 4. Tempat Kedudukan

**Matematika dibalik gambar**

Misal titik yang memenuhi tempat kedudukan itu adalah  $T(x_0, y_0)$ .  
 Persamaan garis  $g$  yang melalui  $B$  memiliki persamaan:  $y - 8 = m_1(x - 6)$  dan garis  $h$  yang melalui  $A$  memiliki persamaan:  $y - 4 = m_2(x - 2)$ . Karena  $g \perp h$ , maka dipenuhi  $m_2 = -\frac{1}{m_1}$ . Karena  $T(x_0, y_0)$  merupakan titik potong  $g$  dan  $h$ , maka dipenuhi:

$$y_0 - 8 = m_1(x_0 - 6) \dots\dots\dots (1)$$

dan

$$y_0 - 4 = m_2(x_0 - 2)$$

Karena  $m_2 = -\frac{1}{m_1}$ , maka  $y_0 - 4 = -\frac{1}{m_1}(x_0 - 2)$  yang ekuivalen dengan

$$m_1 = \frac{2 - x_0}{y_0 - 4} \dots\dots\dots (2)$$

Dengan mensubstitusikan (2) ke (1) diperoleh:

$$x_0^2 + y_0^2 - 8x_0 - 12y_0 + 42 = 0 \dots\dots\dots (3)$$

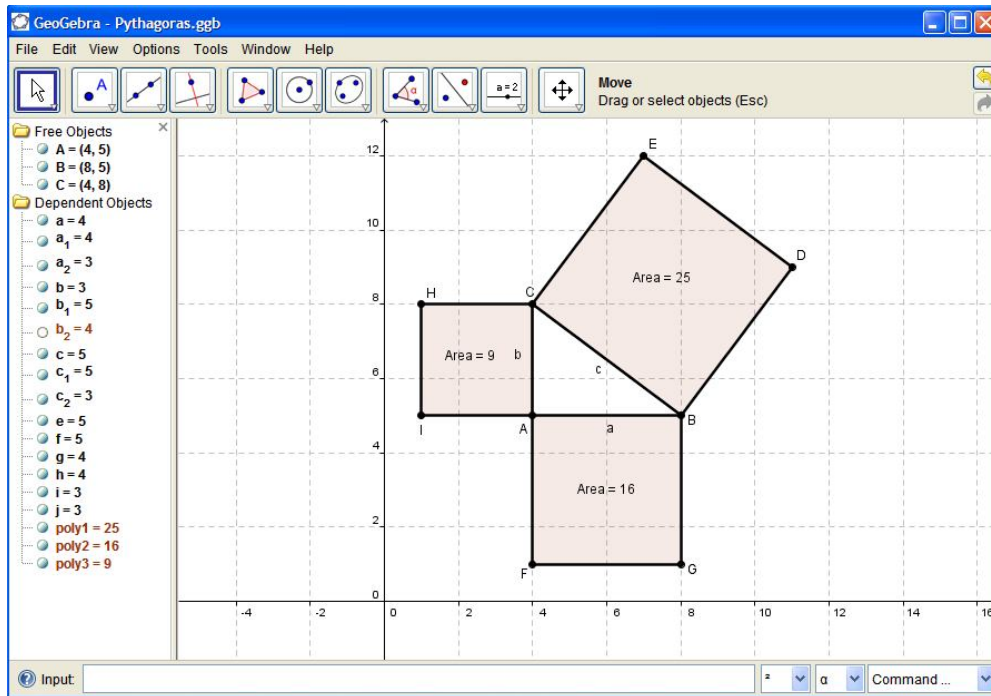
Karena  $T(x_0, y_0)$  adalah sembarang titik di tempat kedudukan, maka secara umum berlaku

$$x^2 + y^2 - 8x - 12y + 42 = 0 \dots\dots\dots (4)$$

Ini adalah sebuah persamaan lingkaran. Jadi tempat kedudukan titik-titik yang dimaksud berupa lingkaran.

### 3. Teorema *Pythagoras*

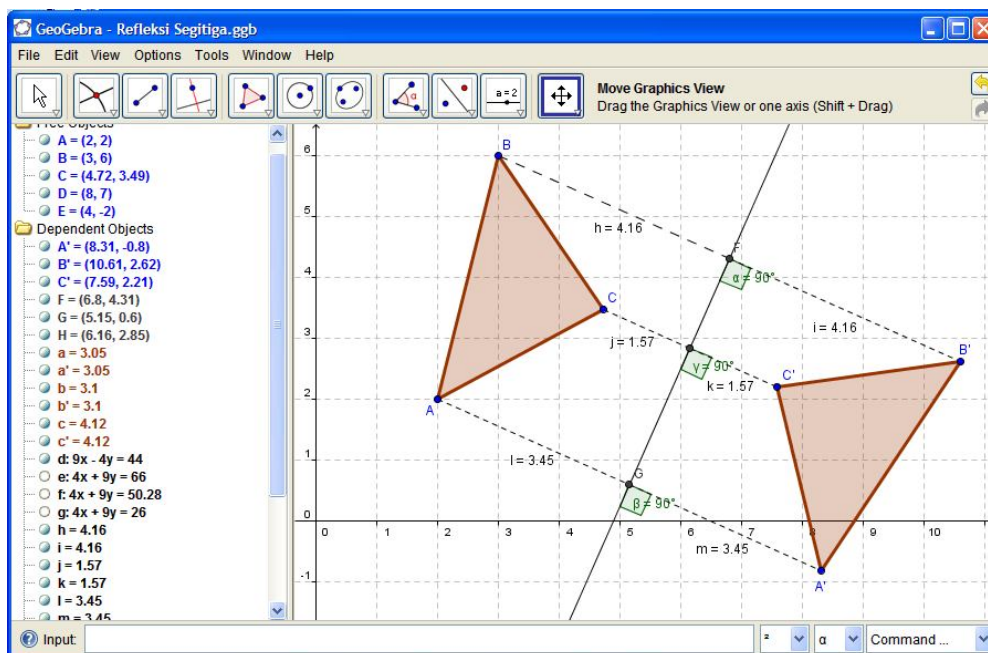
Program *GeoGebra* dapat digunakan untuk memvisualisasikan teorema *Pythagoras*. Teorema *Pythagoras* tersebut adalah, pada suatu segitiga siku-siku, kuadrat ukuran sisi miring sama dengan jumlah kuadrat sisi siku-sikunya.



Gambar 5. Ilustrasi Teorema *Pythagoras*

### 4. Transformasi Geometri

Program *GeoGebra* juga menyediakan *tool* untuk mengeksplorasi transformasi geometri, yaitu refleksi, rotasi, translasi, dan dilasi. Berikut diilustrasikan refleksi suatu segitiga terhadap suatu garis.



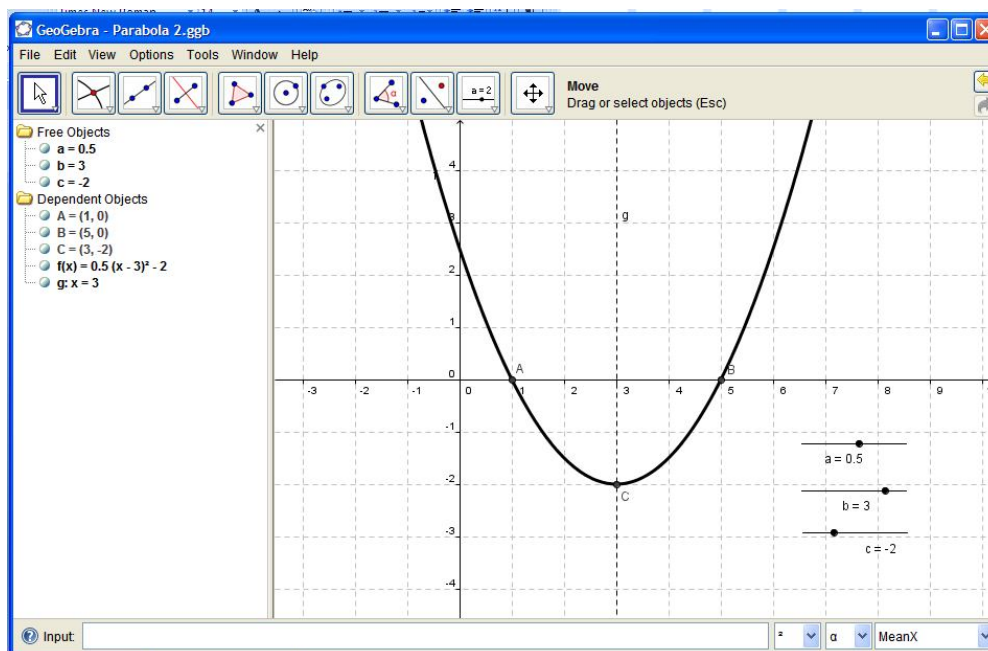
Gambar 6. Refleksi Suatu Segitiga terhadap Suatu Garis

Guru dapat mengembangkan proses pembelajaran dengan mengajukan berbagai pertanyaan eksploratif seperti berikut.

- Di manakah posisi sumbu refleksi apabila bayangan refleksi dan bangun semula berpotongan di satu titik?
- Di manakah posisi sumbu refleksi apabila bayangan refleksi dan bangun semula berimpit?
- Dapatkah sumbu refleksi ditempatkan sedemikian sehingga bayangan refleksi dan bangun semula berimpit atau identik?
- Bagaimana jarak antara bangun geometri dengan bayangan refleksinya?  
Mengapa kamu berpikir hubungan demikian terjadi?

## 5. Parabola

*GeoGebra* dapat digunakan untuk mengeksplorasi karakteristik parabola dengan persamaan  $f(x) = a(x-b)^2 + c$ . Dengan memanfaatkan fasilitas atau *tool slider*, dapat dieksplorasi karakteristik parabola tersebut dengan mengubah parameter-parameter pada persamaan tersebut.



Gambar 7. Parabola

### E. Penutup

Perlu disadari bahwa tidak terdapat media yang paling baik atau paling tepat untuk semua topik pembelajaran matematika. Demikian halnya dengan pemanfaatan komputer program *GeoGebra*. Untuk mencapai efektivitas pembelajaran geometri, media ini perlu dikombinasikan dengan media pembelajaran lainnya, termasuk dengan media konvensional dengan segala kelebihan dan keterbatasannya. Guru perlu juga mempertimbangkan kapan saat paling sesuai atau tepat dalam memanfaatkan program *GeoGebra*.

### F. Daftar Pustaka

- Kusumah, Yaya S. (2003). Desain dan Pengembangan Bahan Ajar Matematika Interaktif Berbasis Teknologi Komputer. Makalah terdapat pada *Seminar Proceeding National Seminar on Science and Math Education*. Seminar diselenggarakan oleh FMIPA UPI Bandung bekerja sama dengan JICA.
- Soedjadi, R. (1999). *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia (Konstataasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan)*. Jakarta: Dirjen Dikti.
- Hohenwarter, M., et al. (2008). *Teaching and Learning Calculus with Free Dynamic Mathematics Software GeoGebra*. Tersedia; <http://www.publications.uni.lu/record/2718/files/ICME11-TSG16.pdf>. [15 Nopember 2010]
- Hohenwarter, M. & Fuchs, K. (2004). *Combination of Dynamic Geometry, Algebra, and Calculus in the Software System Geogebra*. Tersedia: [www.geogebra.org/publications/pecs\\_2004.pdf](http://www.geogebra.org/publications/pecs_2004.pdf). [16 Nopember 2010].