## Bab 1. Pendahuluan

Semigrup $S$ adalah himpunan tak kosong $S$ yang kepadanya didefinisikan suatu operasi biner yang berifat asosiatif. Sub himpunan tak kosong $A \subseteq S$ disebut sub semigrup jika terhadap operasi yang sama pada $S$, $A$ membentuk semigrup. Berlaku bahwa $A$ membentuk sub semigrup jika dan hanya jika $A$ tertutup terhadap operasinya. Semigrup $S$ disebut semigrup reguler apabila untuk setiap $a \in S$ terdapat $a' \in S$, sehingga dipenuhi $a * a' * a = a$.

Misalkan $X$ adalah ruang vektor berdimensi hingga atas lapangan $K$ dengan karakteristik nol. Himpunan semua transformasi linear dari ruang vektor $X$ ke dirinya sendiri, yang selanjutnya dinotasikan dengan $L(X)$, membentuk semigrup reguler. (Rajendran, D & Nambooripad, K.S.S : 2000: p 69).

Hasil ini kemudian digeneralisasi oleh Kemprasit, Y. Beliau berhasil mengeneralisasi dengan membentuk transformasi linear dari sebarang ruang vektor $V$ ke ruang vektor $W$, yang selanjutnya dinotasikan dengan $L(V,W)$. Dari himpunan tersebut, selanjutnya dibentuk suatu himpunan $(L(V,W),\theta) = L(V,W) \cup \{\theta\}$, untuk suatu $\theta \in L(W,V)$. Pada himpunan $(L(V,W),\theta)$ tersebut didefinisikan suatu operasi biner $*$, yaitu untuk setiap $\alpha,\beta \in L(V,W)$, $\alpha * \beta = \alpha \circ \theta \circ \beta$. Himpunan $(L(V,W),\theta)$ terhadap operasi tersebut membentuk semigrup. Berhasil dibuktikan suatu syarat cukup dan perlu agar $(L(V,W),\theta)$ membentuk semigrup reguler terhadap operasi $*$ tersebut. adalah $V = \{0\}$, $W = \{0\}$ atau $\theta$ suatu isomorphisma dari $W$ ke $V$.

Ruang vektor merupakan himpunan yang di dalamnya didefinisikan operasi biner yang disebut operasi penjumlahan, dan perkalian dengan skalar yang merupakan elemen lapangan ( *field* ) . Lapangan adalah gelanggang komutatif dengan elemen satuan dan setiap elemen tak nolnya mempunyai invers. Gelanggang Pembagi (*Division ring*) adalah gelanggang dengan elemen satuan yang setiap elemen tak nolnya mempunyai invers. Dengan demikian gelanggang pembagi merupakan generalisasi dari lapangan. Dengan demikian secara analog dapat dibentuk suatu ruang vektor atas gelanggang , yang selanjutnya disebut modul. Sehingga modul merupakan generalisasi dari ruang vektor.

Sub semigrup $I$ disebut ideal kiri ( kanan ) jika dipenuhi $IS \subseteq I$ $(SI \subseteq I)$. ( Howie: 1976 : p 5 ). Sub semigrup $Q$ disebut quasi-ideal dari $S$ jika $SQ \cap QS \subseteq Q$, dan sub semigrup $B$ disebut bi-ideal pada $S$ jika dipenuhi $BSB \subseteq B$. Dengan demikian quasi-ideal adalah generalisasi dari ideal kanan dan ideal kiri. Sementara itu bi-ideal adalah generalisasi dari quasi-ideal. ( Kemprasit & Namnak: 2002: p 405 ). Notasi $BQ$ menotasikan kelas-kelas semigrup yang yang bi-idealnya merupakan quasi-ideal.

Himpunan $Hom(M_D)$ adalah himpunan semua homomorfisma dari $M_D$ ke dirinya sendiri. Dalam hal ini $M_D$ adalah modul atas gelanggang pembagi $D$. Himpunan ini membentuk semigrup terhadap operasi komposisi fungsi. (Kemprasit, Y : 2002: p. 620). Selanjutnya dibentuk sub himpunan dari $Hom(M_D)$ sebagai berikut:

$$Is(M_D) = \{\alpha \in Hom(M_D) \mid \alpha \text{ adalah isomorfisma}\}$$

$$In(M_D) = \{\alpha \in Hom(M_D) \mid \alpha \text{ homomorfisma injektif}\}$$

$$Sur(M_D) = \{\alpha \in Hom(M_D) \mid Ran\alpha = V\}$$

$$OSur(M_D) = \{\alpha \in Hom(M_D) \mid \dim(V \setminus Ran\alpha) \text{ tak hingga}\}$$

Dalam tulisan ini akan diselidiki syarat perlu dan cukup agar himpunan-himpunan bagian dari $Hom(M_D)$ tersebut yang membentuk semigrup $BQ$.

## Bab 2. Perumusan Masalah

Dari uraian dalam pendahuluan tersebut, maka penelitian ini akan difokuskan pada sub semigrup-sub semigrup $Hom(M_D)$ tertentu yang quasi idealnya merupakan bi-ideal. Khususnya akan diselidiki syarat perlu dan cukup agar $Is(M_D), In(M_D), Sur(M_D), OSur(M_D)$ membentuk semigrup $BQ$.

## Bab 3. Tinjauan Pustaka

Dalam penelitian ini, digunakan beberapa istilah struktur aljabar yang selengkapnya diberikan sebagai berikut:

## 1. Modul

Struktur modul merupakan bentuk generalisasi dari ruang vektor, dengan skalarnya anggota dari suatu gelanggang yang tidak perlu komutatif, namun mempunyai elemen satuan. Berikut diberikan definisi tentang gelanggang:

**Definisi 1**. ( Adkins : p. 49 ) *Gelanggang (R,+,. ) adalah suatu himpunan R bersama dengan dua operasi biner* $+: R\times R\rightarrow R$ *( penjumlahan ) dan* $.: R\times R\rightarrow R$ *(pergandaan ) yang memenuhi aksioma sebagai berikut:*

*(a)* *( R,+ ) merupakan grup abelian*

*(b)* *a.(b.c) = (a.b).c ( asosiatif)*

*(c)* *a.(b + c) = a.b + a.c dan (a + b).c = a.c + b.c ( distributif kanan dan kiri )*

Gelanggang $R$ dikatakan komutatif, jika terhadap operasi pergandaannya bersifat komutatif, dan dikatakan mempunyai elemen satuan jika terdapat $1\in R$ sedemikian sehingga $a.1=1.a=a.$ Suatu elemen $a\in R$ dikatakan mempunyai invers $b\in R$ jika berlaku $a.b=b.a=1.$ Suatu gelanggang disebut gelanggang pembagi (*division ring* ) jika merupakan gelanggang yang mempunyai elemen satuan, elemen tak nolnya mempunyai invers. Gelanggang disebut lapangan ( ***field*** ) jika merupakan gelanggang pembagi yang komutatif.

Dalam penelitian ini perlu didukung pengertian / definisi modul atas galanggang pembagi $D$ sebagai berikut:

**Definisi 2.** ( Adkins: p. 107 ) . Sebarang himpunan $M$ disebut $R$ – modul kiri, dengan $R$ gelanggang dengan elemen satuan yang di dalamnya didefinisikan suatu operasi jumlah dan pergandaan skalar, yang memenuhi aksioma-aksioma sebagai berikut:

(1) $(\forall u,v\in M)\; u+v\in M$

(2) $(\forall u,v\in M)\; u+v=v+u$

(3) $(\forall u,v,w\in M)\; u+(v+w)=(u+v)+w$

(4) $(\exists 0\in M)(\forall v\in M)\; 0+v=v+0=v$

(5) $(\forall v\in V)(\exists (-v)\in V)\; v+(-v)=(-v)+v=0$

(6) $(\forall \alpha\in R)(\forall v\in M)\; \alpha v\in M$

(7) $(\forall \alpha\in R)(\forall u,v\in M)\; \alpha(u+v)=\alpha v+\alpha u$

(8) $(\forall \alpha,\beta\in R)(\forall v\in M)\; (\alpha+\beta)v=\alpha v+\beta v$

(9) $(\forall \alpha, \beta \in R)(\forall v \in M)\ \alpha(\beta v) = (\alpha \beta) v$

(10) $(\forall v \in M)\ 1.v = v$

Berikutnya diberikan definisi tentang homomorfisma modul yang diambil dari Adkins sebagai berikut:

**Definisi 3.** ( Adkins : p. 109 ). *Misalkan* $R$ *suatu gelanggang dan* $M, N$ *masing-masing adalah* $R-$*modul. Fungsi* $f : M \to N$ *disebut homomorfisma* $R-$*modul jika:*

(1) $(\forall m_1, m_2 \in M)\ f(m_1 + m_2) = f(m_1) + f(m_2)$

(2) $(\forall r \in R)(\forall m \in M)\ f(r\, m) = rf(m)$

Secara analog dalam ruang vektor, maka dalam modul juga dikenal himpunan-himpunan yang bebas linear, bergantung linear maupun basis. Istilah-istilah tersebut selengkapnya diberikan sebagai berikut:

**Definisi 4.** ( Adkins:p.130 ) Misal $M$ *adalah* $R-$*modul. Himpunan bagian* $S \subseteq M$ *dengan* $S = \{ s_1, s_2, ..., s_n \}$ *membangun* $M$ *jika untuk setiap* $s \in S$ *dapat dinyatakan sebagai:* $s = \alpha_1 s_1 + \alpha_2 s_2 + ... + \alpha_n s_n$ *untuk suatu* $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n \in R$.

**Definisi 5** ( Adkins : p. 128) *Misalkan* $R$ *suatu gelanggang dan* $M$ *adalah* $R-$*modul. Himpunan bagian* $S \subseteq M$ *dikatakan* $R-$*bergantung jika terdapat elemen-elemen yang berbeda* $s_1, s_2, ..., s_n$ *di* $S$ *dan skalar-skalar* $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ *di* $R$ *yang tidak semuanya nol, sehingga :* $\alpha_1 s_1 + \alpha_2 s_2 + ... + \alpha_n s_n = 0$

Himpunan yang tidak bergantung linear disebut $R-$ *bebas linear*

**Definisi 6**.( Adkins : p. 130 ) Misal $M$ *adalah* $R-$*modul. Himpunan bagian* $S \subseteq M$ *disebut basis untuk* $M$ *jika* $S$ *membangun* $M$ *dan* $S$ *bebas linear.*

## 2. Semigrup

Untuk pengertian dasar dan sifat-sifat semigrup dirujuk pada **Howie** yang selengkapnya diberikan sebagai berikut:

**Definisi 7**. ( Howie: p.1 ) *Himpunan tak kosong* $S$ *yang dilengkapi dengan operasi biner "$\bullet$" dikatakan semigrup jika* $\bullet$ *bersifat asosiatif yaitu :*

$$(\forall x, y, z \in S)\,(x \bullet y) \bullet z = x \bullet (y \bullet z)$$

**Definisi 8. (** Howie: p.1 ***)*** *Misalkan* $S$ *suatu semigrup. Himpunan bagian tak kosong* $T$ *dari* $S$ *dikatakan semigrup bagian dari* $S$ *jika* $T$ *tertutup terhadap operasi binernya.*

Dari awal tulisan ini telah disinggung mengenai elemen reguler suatu semigrup, sehingga perlu diberikan definisi elemen reguler maupun semigrup reguler yang didefinisikan sebagai berikut:

**Definisi 10. (** Howie:p.44 **)** *Misalkan* $(S,\bullet)$ *semigrup. Elemen* $a$ *di* $S$ *disebut elemen reguler jika terdapat* $x \in S$ *sedemikian sehingga* $a \bullet x \bullet a = a$. *Semigrup* $S$ *disebut semigrup reguler jika setiap elemen di dalam* $S$ *adalah elemen reguler* .

Sub semigrup $I$ disebut ideal kiri ( kanan ) jika dipenuhi $IS \subseteq I$ $(SI \subseteq I)$. (Howie: 1976: p 5 ). Sub semigrup $Q$ disebut quasi-ideal dari $S$ jika $SQ \cap QS \subseteq Q$, dan sub semigrup $B$ disebut bi-ideal pada $S$ jika dipenuhi $BSB \subseteq B$. Dengan demikian quasi-ideal adalah generalisasi dari ideal kanan dan ideal kiri. Sementara itu bi-ideal adalah generalisasi dari quasi-ideal. ( Kemprasit & Namnak: 2002: p 405 ). Notasi $BQ$ menotasikan kelas-kelas semigrup yang yang bi-idealnya merupakan quasi-ideal.

Jika $S$ adalah suatu semigrup, maka notasi $S^1 = S$ jika $S$ memuat elemen kesatuan, yaitu $a * 1 = 1 * a = a$ untuk setiap $a \in S$ dan $S^1 = S \cup \{1\}$ jika $S$ tidak memuat elemen satuan ( Howie:1976 : p 2 ). Suatu himpunan bagian tak kosong $A \subseteq S$, dengan $S$ semigrup , $(A)_q$ dan $(A)_b$ masing masing menotasikan quasi-ideal dan bi-ideal dari $S$ yang dibangun oleh $A$, yaitu masing-masing merupakan irisan dari semua quasi-ideal dan irisan dari semua bi-ideal yang memuat $A$.

**Proposisi 1.** ( Kemprasit, Namnak:p.405 ) *Untuk suatu sub himpunan tak kosong* $A \subseteq S$, *dengan* $S$ *semigrup , maka berlaku:*

$$(A)_q = S^1 A \cap A S^1 = (SA \cap AS) \cup A$$

*dan,*

$$(A)_b = (AS^1A) \cup A = (ASA) \cup A \cup A^2$$

**Proposisi 2**. ( Kemprasit, Namnak: p.406 ) *Jika* $S$ *adalah semigrup reguler, maka* $S \in BQ$

**Proposisi 3**. ( Kemprasit, Namnak: p.406 ) *Jika* $S$ *adalah semigrup simple kiri ( kanan) maka* $S \in BQ$

**Proposisi 4**. . ( Kemprasit, Namnak: p.406 ) *Jika* $S$ *adalah semigrup 0-simple kiri (kanan) maka* $S \in BQ$

**Proposisi 5**. ( Kemprasit, Namnak:p.406 ) *Semigrup* $S \in BQ$ *jika dan hanya jika* $(x, y)_q = (x, y)_b$ *untuk semua* $x, y \in S$

Diketahui bahwa semigrup dalam $BQ$, setiap quasi-idealnya merupakan bi-ideal, hal ini berakibat $(x)_q \subseteq (x)_b$ untuk setiap $x \in S$. Dengan demikian senantiasa dipenuhi, jika $S \in BQ$, maka untuk setiap $x \in S$, $(x)_b$ merupakan quasi-ideal dari $S$ yang berakibat $(x)_q \subseteq (x)_b$ untuk setiap $x \in S$. Akibat berikut sebagai kesimpulan kondisi di atas dan Proposisi 5:

**Akibat 1.** ( Kemprasit, Namnak:p.406 ) *Jika* $S$ *adalah semigrup dengan* $(x)_q \neq (x)_b$ *untuk suatu* $x \in S$, maka $S \notin BQ$

## Bab 4. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengkaji syarat perlu dan cukup agar himpunan himpunan bagian $Hom(M_D)$ tertentu, quasi idealnya merupakan bi-ideal. Khususnya akan diselidiki syarat perlu dan cukup agar $Is(M_D), In(M_D), Sur(M_D), OSur(M_D)$ membentuk semigrup $BQ$.

## Bab 5. Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan studi literatur. Seperti pada penelitian demikian, maka dalam penelitian ini ditempuh langkah-langkah sebagai berikut:

1. Sebagai persiapan dilakukan browsing internet untuk mencari literatur-literatur pendukung penelitian ini
2. Mencari jurnal-jurnal non elektronik untuk mendukung dalam penelitian ini
3. Dipelajari tentang gelanggang, gelanggang pembagi, lapangan dan sifat-sifatnya
4. Dipelajari modul atas gelanggang pembagi, basis dan dimensi serta sifat-sifatnya
5. Dipelajari tentang homomorfisma modul dan sifat-sifatnya
6. Dipelajari tentang semigrup, ideal, quasi ideal, bi-ideal , semigrup reguler dan sifat-sifatnya
7. Dikaji suatu himpunan semua homomorfisma modul yang di dalamnya didefinisikan operasi komposisi fungsi yang digeneralisasi
8. Dikaji struktur himpunan semua homomorfisma modul dengan operasi biner di atas.
9. Dikaji syarat cukup dan perlu agar $Is(M_D), In(M_D), Sur(M_D), OSur(M_D)$ membentuk semigrup $BQ$ .

## Bab 6. Jadwal Pelaksanaan

Penelitian ini direncanakan untuk dilaksanakan dalam jangka waktu 6 bulan sejak pengumuman penerimaan. Jadwal selengkapnya terangkum dalam *Gann-Chart* sebagai berikut:

| **URAIAN KEGIATAN** | **Bulan ke ( sejak disetujui )** | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Persiapan sampai dengan seminar proposal | | | | | | | | |
| Pelaksanaan Penelitian | | | | | | | | |
| Analisis Data | | | | | | | | |
| Penyusunan Draft Laporan | | | | | | | | |
| Seminar Hasil | | | | | | | | |
| Perbaikan dan Penyusunan Laporan | | | | | | | | |

## Bab 7. Personalia Penelitian

1. Ketua Peneliti :

| | |
|---|---|
| a. Nama Lengkap | : K a r y a t i , M.Si |
| b. Jenis Kelamin | : Perempuan |
| c. NIP | : 132 206 552 |
| d. Disiplin Ilmu | : Matematika ( Aljabar Linear ) |
| e. Pangkat /Golongan | : Penata Muda Tk I/ III/b |
| f. Jabatan Fungsional/Struktural | : Lektor / - |
| g. Fakultas/Jurusan | : MIPA / Pendidikan Matematika |
| h. Waktu untuk Pnenelitian ini | : 8 jam/minggu |

2. Anggota Peneliti : -
3. Tenaga Laboran/ Teknisi : -
4. Pekerja Lapangan/Pencacah : -
5. Tenaga Administrasi : -

## Bab 8. Perkiraan Biaya Penelitian

| No | Komponen Pembiayaan | Jmlh Pengeluaran | Ket |
|---|---|---|---|
| | Persiapan<br>a. Penyewaan Internet<br>b. Pembelian buku dan jurnal | Rp. 1.000.000,00 | 16,7% |
| | Bahan dan Peralatan Penelitian<br>a. Kertas HVS<br>b. Tinta printer dan Cartridge<br>c. Transparansi Fullmark<br>d. Perawatan computer | Rp 750.000,00 | 12,5% |
| | Penyusunan laporan hasil penelitian:<br>a. Menyusun konsep laporan<br>b. Menyusun konsep laporan akhir<br>c. Menyusun laporan akhir | Rp 1.000.000,00 | 16,7% |
| | Penggandaan laporan dan mengirimkan laporan | Rp 500.000,00 | 8,3% |
| | Artikel Ilmiah:<br>a. Menyusun naskah artikel ilmiah<br>b. Publikasi pada seminar nasional<br>c. Publikasi pada jurnal ilmiah | Rp. 750.000,00 | 12,5% |
| | Lain-lain:<br>a. Konsumsi Seminar proposal ( 30 x Rp 15.000)<br>b. Transport Seminar Proposal (30 x Rp 15.000)<br>c. Konsumsi Seminar hasil ( 30 x Rp 15.000)<br>d. Transport Seminar hasil (30 x Rp 15.000)<br>e. Penggandaan proposal dan draft laporan | Rp 2.000.000,00 | 33,3% |
| **TOTAL** | | **Rp 6.000.000,00** | **100%** |

## Lampiran 1

# DAFTAR PUSTAKA

Adkins, Weintraub. 1992. *Algebra: An Approach via Module Theory*. Spinger Verlag, New York.

Howie, J.M, 1976. An Introduction to Semigroup Theory. Academic Press, Ltd, London

Kemprasit, Y, 2002. Regularity and Unit-Regularity of Generalized Semigroup of Linear Transformations. *Shoutheast Asian Bulletin of Mathematics 25, p:617 – 622*

Kemprasit, Y, Namnak, C. 2002. On semigroup of Linear Transformations whose Bi-ideals are Quasi Ideal. *Pure Mathematics and Applications Vol 12, Number 4 , p:405-413*

Rajendran, D, Nambooripad, K.S.S, 2000. Billinear Forms and a Semigroup of Linear Transformations. *Shoutheast Asian Bulletin of Mathematics 20, p:617 – 622*

# Lampiran 2

## RIWAYAT HIDUP KETUA PENELITI

| | | |
|---|---|---|
| 1. Nama | : | K a r y a t i, M.Si |
| 2. NIP | : | 132 206 552 |
| 3. Tpt & Tgl. Lahir | : | Klaten, 22 Juni 1972 |
| 4. Pangkat / Golongan | : | Penata Muda TK I/ IIIb |
| 5. Jabatan | : | Lektor |
| 6. Jurusan / Fakultas | : | Pendidikan Matematika / FMIPA UNY |
| 7. Riwayat Pendidikan | : | |

1. Sekolah Dasar Blimbing I , Klaten, 1979 – 1985
2. SMPN 2 Jatinom, Klaten, 1985 – 1988
3. SMAN 1 Klaten, 1988 – 1991
4. S1 : Matematika , UNS, 1991 – 1996
5. S2 : Matematika, UGM, 2000 – 2002

**8. Pengalaman Mengajar**

a. Aljabar Linear Elementer / Aljabar Linear I
b. Aljabar Linear Lanjutan / Aljabar Linear II
c. Pemrograman Linear
d. Metode Numerik
e. Matematika Diskret
f. Kombinatorik
g. Matematika Dasar
h. Analisis Nyata I
i. Teori Persandian
j. Penelitian Operasional

**9. Pengalaman Penelitian :**

1. Karakterisasi Keterobservasian Kuat Suatu Sistem Linear Berparameter Berubah ( Th. 2000, Anggota )
2. Kekonsistenan Definisi Rank Matriks Atas Ring Diimplementasikan pada Matriks atas Lapangan ( Th. 2002, Anggota )
3. Teorema Cayley Hamilton untuk Matriks atas Gelanggang ( Th. 2003, Anggota )
4. Teorema Proyeksi pada Ruang Hilbert ( Th 2003, Anggota )
5. Sifat Relasi Green yang Didefinisikan pada Elemen Idempoten Semigrup Transformasi Linear ( Th. 2003, Mandiri )
6. Konstruksi Fuzzifier dan Defuzzifier dalam Sistem Samar ( Th 2003, Ketua )
7. Pembelajaran Aljabar dengan Kooperatif Learning Model Jigsaw ( th. 2003, Anggota )
8. Pembelajaran Aljabar Abstrak pada Mahasiswa Prodi Matematika dengan Pendekatan Kontrak Perkuliahan ( Th. 2003, Anggota )

9. Upaya Meningkatkan Kualitas Pembelajaran Kelas Berbahasa Inggris Aljabar Linear I Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika Melalui Tutor Sebaya dan Diskusi (Th. 2004, Ketua )
10. Pembagi Nol pada Gelanggang $M_{n\times n}(R)$ ( Th. 2004, Anggota )
11. Masalah Norm Minimum pada Ruang Bernorma ( Th. 2004, Anggota )
12. Struktur Himpunan Transformasi Linear Relatif terhadap Suatu Bentuk Bilinear ( Th. 2004, Mandiri )
13. Upaya Meningkatkan Kualitas Pembelajaran Aljabar Linear I Kelas Berbahasa Inggris MAhasiswa Program Studi Pendidikan Matematika dengan Metode Kooperatif Model STAD

**10. Pengalaman Penulisan Karya Ilmiah**

1. Error Decoding pada Kode Linear ( Th. 1999, penulis utama)
2. Sifat Taksiran Galat pada Metode Runge Kutta Orde Dua (Jurnal JPMS UNY, Th. 2000, penulis utama )
3. Sekitar Gelanggang Z( $\sqrt{d}$ ) ( Semnas, Th. 2001, penulis ke dua )
4. Syarat Perlu dan Cukup Pasangan Ajoin ( Semnas, Th. 2002, mandiri )
5. Sifat Homomorphisma Matriks Rees Atas Semigrup Bentuk Bilinear (Majalah Math Info UNS, Th.2003, Mandiri )
6. Sifat Relasi Green pada Semigrup Transformasi Linear ( Jurnal JMAP UNJ, Th. 2003, Mandiri )
7. Sifat Elemen Idempoten Semigrup Bentuk Bilinear ( Jurnal JPMS UNY, Th. 2003, Mandiri )
8. The Properties of Non-Degenerate Bilinear Forms ( Seminar Internasional SEAMS_ GMU, Th. 2003, Penulis utama )
9. Sifat Elemen Reguler Idempoten Semigrup ( Semnas, Th. 2003, Mandiri )
10. Semigrup Reguler Transformasi Linear ( Semnas, Th. 2004, Mandiri )
11. Syarat Perlu dan Cukup Struktur Himpunan Transformasi Linear Membentuk Semigrup Reguler. ( Semnas, 2004 )
12. *Skew- Semifield* dan Beberapa Sifatnya. ( Semnas, 2005 )
13. Semigrup Matriks *'Admitting'* Struktur Ring ( Semnas UPS, 2005)
14. Beberapa Sifat Semigrup Matriks Atas Daerah Integral *'Admitting'* Struktur Ring ( Semnas UNS, 2005 )

Yogyakarta, 16 Maret 2006

( Karyati, M.Si )