

## UJIAN SISIPAN I

Mata Kuliah : Aljabar Linear Lanjutan  
Prodi : Matematika Reguler  
Waktu : 07.15 – 08.55  
Dosen : Agus Maman A, M.Si / K a r y a t i, M.Si

---

I. Benar atau salah pernyataan berikut, jika benar berikan alasannya dan jika salah berikan counter examplanya!

1. Setiap Himpunan dari suatu ruang vektor adalah sub ruang vektor
2. Setiap Himpunan vektor yang merentang pasti bebas linear
3. Setiap Basis pasti tidak memuat vektor nol
4. Himpunan vektor yang salah satu vektornya dapat dinyatakan sebagai kombinasi linear dari vektor yang lain, maka himpunan vektor tersebut bergantung linear
5. Jika  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_r\}$  merentang ruang vektor  $\mathbf{V}$ , maka setiap vektor  $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$  dapat dinyatakan secara tunggal sebagai kombinasi linear dari  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_r\}$ .

II. Kerjakan setiap soal berikut:

1. Tentukan basis ruang nol dan nulitas dari SPL berikut:

$$2x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 + x_5 + 3x_6 = 6$$

$$-x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 - x_6 = 12$$

$$5x_4 - 2x_5 + x_6 = -3$$

2. Diberikan ruang vektor  $\mathbf{M}_{2 \times 2}$ . Didefinisikan suatu fungsi dari  $\mathbf{M}_{2 \times 2} \times \mathbf{M}_{2 \times 2}$  ke  $\mathbf{R}$  dengan

$$\text{aturan pengawanan : } \left( \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{c} & \mathbf{d} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{r} & \mathbf{s} \\ \mathbf{t} & \mathbf{u} \end{bmatrix} \right) \longrightarrow 2\mathbf{ar} + \mathbf{bs} + 3\mathbf{ct} + 2\mathbf{cu}$$

Buktikan bahwa fungsi tersebut suatu hasil kali dalam ( *Inner Product* ). Jika

$$\text{diberikan } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}, \text{ tentukan } \|\mathbf{A}\|, \|\mathbf{B}\| \text{ dan } \mathbf{d}(\mathbf{A}, \mathbf{B})$$

3. Buktikan bahwa: Jika himpunan vektor-vektor adalah saling orthogonal, maka himpunan tersebut bebas linear
4. Diberikan  $\mathbf{V}$  adalah ruang hasil kali dalam dan  $\mathbf{W}$  adalah sub ruang  $\mathbf{V}$ . Jika  $\mathbf{S}$  merentang  $\mathbf{V}$ , maka  $\mathbf{u}$  elemen dalam  $\mathbf{W}^\perp$  jika hanya jika  $\mathbf{u}$  orthogonal dengan  $\mathbf{S}$ . Buktikan!