

# KETIDAKSAMAAN

## A. Pengertian

Ketidaksamaan dinotasikan dengan

1.  $<$  (lebih Kecil)
2.  $\leq$  ( lebih kecil atau sama dengan))
3.  $>$  ( lebih besar)
4.  $\geq$  ( lebih besar atau sama dengan)

Tanda di atas digunakan untuk membuat suatu batasan terhadap nilai suatu variabel

Contoh:

1.  $X < 5$ , artinya nilai  $x$  selalu lebih kecil dari 5
2.  $X \leq 3$ , artiya nilai  $x$  selalu lebih kecil atau sama dengan
3.  $X \geq 8$

## Sifat-sifat

1. Arti sebuah ketidaksamaan tidak akan berubah apabila tiap-tiap ruas/sisi ditambah atau dikurangi dengan bilangan nyata yang sama

$$a > b \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} a + c > b + c \\ a - b > c \end{array}$$

2. Arti sebuah ketidaksamaan tidak berubah apabila tiap-tiap sisi dikalikan atau dibagi dengan bilangan positif yang sama

a.  $a > b$  dan  $k > 0$                        $ka > kb$

b.  $a > b$  dan  $k > 0$                        $\longrightarrow \quad \frac{a}{k} < \frac{b}{k}$

3. Arti sebuah ketidaksamaan berubah apabila tiap-tiap sisi dikalikan atau dibagi dengan bilangan negatif yang sama

a.  $a > b$  dan  $k < 0$                        $\longrightarrow \quad ka < kb$

b.  $a > b$  dan  $k < 0$                        $\longrightarrow \quad \frac{a}{k} < \frac{b}{k}$

4. Apabila  $a > b$  dan  $a, b, n$  adalah positif, maka  $a^n > b^n$

contoh:

$$5 > 3, \text{ maka } 5^3 > 3^3 \text{ atau } 125 > 27$$

$$\text{tetapi } 5^{-3} > 3^{-3} \quad \text{atau} \quad \frac{1}{125} < \frac{1}{27}$$

5. Apabila  $a < b$  dan  $a, b$  adalah negatif, dan  $n$  adalah positif genap, maka  $a^n > b^n$

Contoh:

$$-5 < -3, \text{ maka } -5^2 > -3^2 \text{ atau } 25 > 9$$

6. . Apabila  $a < b$  dan  $a, b$  adalah negatif, dan  $n$  adalah positif ganjil, maka  $a^n < b^n$

Contoh:

$$-5 < -3, \text{ maka } -5^3 < -3^3 \text{ atau } -125 < -27$$

7. Apabila  $a > b$  dan  $c > d$ , maka  $(a + c) > (b + d)$

Contoh;

$-4 > -10$  dan  $5 > 3$ , maka  $(-4 + 5) > (-10 + 3)$

8. Apabila  $a > b > 0$  dan  $c > d > 0$ , maka  $ac > bd$

Contoh:

$5 > 4 > 0$  dan  $3 > 2 > 0$ , maka  $5.4 > 4.2$

9. Penggabungan dua bilangan

Dua bilangan ketidaksamaan dapat digabung dengan kata “**dan**” atau “**atau**”

“**dan**” artinya irisan pertidaksamaan I dan II harus memenuhi keduanya

“**atau**” artinya salah satu dipenuhi (gabungan)

Contoh:  $x < 5$  dan  $x \geq 3$ , maka irisannya



Contoh:

a.  $X < 5$  dan  $x \geq 3$ , maka irisannya:

b.  $X < 5$  atau  $x > 7$ , maka .....

## C. Bentuk-bentuk Ketidaksamaan

1. Linier:
2. Contoh:  $3x - 2 < x + 6$ , maka  $x$  ?

### 3. Kuadrat

$$x^2 - 5x - 6 \leq 0, \text{ maka } x \dots\dots\dots ?$$

Gambar grafiknya?

4. Carilah himpunan penyelesaian dari :  $x^2 - 2x - 8 \geq 0$

Catatan:

$\leq 0$  maka yang memenuhi adalah –

$\geq 0$  maka yang memenuhi adalah +

# Ketidaksamaan Kuadrat

1).  $(x-a)(x-b) \geq 0$ , mempunyai solusi:

$$x \geq a \text{ atau } x \leq b : \text{jika } a > b$$

$$x \leq a \text{ atau } x \geq b : \text{jika } a < b$$

2).  $(x-a)(x-b) \leq 0$ , mempunyai solusi:

$$a \leq x \leq b : \text{jika } a < b$$

$$b \leq x \leq a : \text{jika } a > b$$

## Contoh:

Carilah  $x$  dari ketidaksamaan:

a.  $x^2 - 3x - 4 \leq 0$

b.  $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

# • Pecahan

$$\frac{2x - 4}{x + 5} \geq 0$$

Penyelesaiannya:

$$2x - 4 = 0 \rightarrow x_1 = 2$$

$$x + 5 = 0 \rightarrow x_2 = -5$$

Maka  $x < -5$  atau  $x \geq 2$

(Pertidaksamaan tidak terdefinisi pada  $x = -5$ )



Jika ada ketidaksamaan pecahan dengan bentuk:

a.  $\frac{x - a}{x - b} \geq 0$

Maka himpunan penyelesaiannya adalah:

$$x \geq a \text{ atau } x < b \text{ (jika } a > b)$$

$$x > b \text{ atau } x \leq a \text{ (jika } a < b)$$

b.  $\frac{x - a}{x - b} \leq 0$

Maka himpunan penyelesaiannya adalah:

$$b < x \leq a \text{ (jika } a > b)$$

$$a \leq x < b \text{ (jika } a < b)$$

Contoh:

$$\frac{x - 2}{x - 3} \geq 0, \text{ maka Hpnya adalah } x > 3 \text{ atau } x \leq 2$$

Ketidaksamaan :

$$\frac{x - 5}{x - 2} \leq 0$$

Maka HP nya:  $2 < x \leq 5$

$$x_1 = 5, x_2 = 2$$

jadi:  $2 < x \leq 5$

## IRRASIONAL

$$\sqrt{3X - 8} > 1 \longrightarrow \sqrt{(3X - 8)^2} > 1$$

$$3X - 8 > 1, 3X > 9 \longrightarrow X > 3$$

Syarat  $3x - 8 > 0$

$$3x > 8$$

$$x > \frac{8}{3}$$

## Pangkat Tinggi (polinom)

Contoh:

$$(x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) \leq 0, x = ?$$

Pecahan Pangkat Tinggi

$$\frac{(x - 2)(x^2 + 3x - 18)}{x^2 - 25} \geq 0$$

## Harga Mutlak

1.  $|x| \leq a$                        $-a \leq x \leq a$

2.  $|x| \geq a$                        $x \leq -a$  atau  $x \geq a$

Contoh:

a.  $|2x - 8| < 2$

$$-2 < 2x - 8 < 2$$

$$-2 + 8 < |2x - 8 + 8| < 2 + 8$$

$$6 < 2x < 10$$

$$3 < x < 5$$

b.  $|2 - 3x| \geq 8$ , carilah harga x!

## Simultan

Contoh:  $2x - 2 < x - 3 < 3x - 6$

Ketidaksamaan tersebut dipecah menjadi 2 bagian lalu dicari irisannya

# PERSAMAAN GARIS LURUS

Persamaan Garis Lurus merupakan sebuah persamaan linier dengan dua variabel yang tidak diketahui

A. Bentuk Umum:

1. Eksplisit :  $Y = mx + k$

2. Implisit :  $Ax + By + C = 0$ , dengan  $m = -\frac{A}{B}$

dimana A, B, C adalah konstanta

m adalah gradien/slope/koeffisien arah garis lurus

1. Diketahui pers. garis:  $3x - y - 4 = 0$ , tentukan grafiknya!

Jawab

Grafiknya

## B. Menentukan Persamaan Garis Lurus

1. Persamaan garis melalui titik  $(a, b)$  dengan gradien  $m$ , maka persamaan garisnya adalah:

$$y - b = m (x - a)$$

Tentukan persamaan garis melalui titik  $(2, 3)$  dengan gradien 4

2. Persamaan garis melalui dua titik  $(a,b)$  dan titik  $(c,d)$   
Persamaan garisnya:

$$\frac{y - b}{d - b} = \frac{x - a}{c - a} \quad \text{dengan gradien} = \frac{b - d}{a - c}$$

Juga sering dituliskan:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad \text{dengan gradien} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Tentukan persamaan garis melalui titik  $(3,5)$  dan titik  $(-1,-2)$

## C. Hubungan antara dua garis

### 1. Garis-garis sejajar dan tegak lurus

Misal garis 1 adalah  $g: y = m_1x + k_1$

garis 2 adalah  $l: y = m_2x + k_2$

maka:  $g$  sejajar  $l$  :  $m_1 = m_2$

$g$  tegak lurus  $l$  :  $m_1 \cdot m_2 = -1$

a. selidiki apakah garis  $4y - 8x - 7 = 0$  sejajar dengan garis  $3y - 6x + 2 = 0$

b. Selidiki apakah garis  $5y - 10x + 7 = 0$  tegak lurus dengan garis  $4y + 2x + 10 = 0$



## 2. Garis-garis berimpit dan berpotongan

Misal garis 1 adalah  $g: Ax + By + C = 0$

garis 2 adalah  $l: Dx + Ey + F = 0$

Maka:

$g$  berimpit dengan  $l$

$$\text{jika: } \frac{A}{D} = \frac{B}{E} = \frac{C}{F}$$

$G$  berpotongan dengan  $l$

$$\text{jika: } \frac{A}{D} \neq \frac{B}{E}$$

**Contoh:**

Tentukan nilai  $a$  dan  $b$  agar garis  $3x + ay + b = 0$  berimpit dengan garis  $2x + 5y + 7 = 0$

# Hal-hal khusus Persamaan Garis

1. Pers. Garis  $g: Ax + By + C = 0$ ,  
Jika  $C = 0$ , maka garis  $g$  melalui titik  $(0,0)$   
Jika  $A = 0$ , maka garis  $g$  sejajar sumbu  $x$   
Jika  $B = 0$ , maka garis  $g$  sejajar sumbu  $y$
2. Misal garis  $g$  melalui titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$  ,  
maka gradien  $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

## Contoh-contoh Soal:

1. Tentukan pers. Garis melalui titik  $(0,0)$  dan tegak lurus garis  $2x - 3y = 5$

Jawab:

2. Garis  $g : ax + by + c = 0$  memotong sumbu  $x$  di titik  $P$ .  
Garis  $h$  melalui  $P$  dan tegak lurus pada garis  
 $3x - y + 8 = 0$ .

Jika persamaan garis  $h$  adalah  $(c+8)x + 6y - 12 = 0$ ,  
tentukan  $a$ !

Jawab:

3. Jumlah dari dua bilangan adalah 28 dan perbedaannya adalah 12. Carilah bilangan – bilangan itu?

Jawab:

4. Dua tahun yang lalu seorang laki-laki umurnya 6 kali umur anaknya. Delapan belas tahun kemudian akan menjadi dua kali umur anaknya. Tentukan umur mereka sekarang.

Jawab:

5. Lima meja dan delapan kursi berharga Rp. 115.000,- Tiga meja dan lima kursi berharga Rp.70.000,- Tentukan harga masing-masing meja dan masing-masing kursi

awab:









# PERSAMAAN KUADRAT

## A. Persamaan Kuadrat

adalah suatu persamaan yang variabelnya mempunyai pangkat tertinggi sama dengan 2

Bentuk PK dalam x adalah

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ dengan } a \neq 0$$

a,b, c adalah anggota himpunan bil. Nyata

Bentuk Persamaan Kuadrat

1.  $-x^2 + bx + 4 = 0$

2.  $x^2 + 2x = 0$

3.  $x^2 + 9 = 0$

## B. Akar-akar PK

Nilai yang memenuhi PK  $ax^2 + bx + c = 0$  disebut akar-akar PK, dan dinotasikan dengan  $x_1$  dan  $x_2$

### 1. Faktorisasi

Bentuk  $x^2 + bx + c = 0$  diuraikan ke bentuk

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

Contoh:

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$\rightarrow (x + 3)(x + 2) = 0$$

$$x + 3 = 0, \text{ maka } x = -3$$

$$x + 2 = 0, \text{ maka } x = -2$$

## 2. Melengkapkan kuadrat sempurna

Bentuk  $x^2 + bx + c = 0$  , dijabarkan ke bentuk  $(x + p)^2 = q$

# PERSAMAAN LINIER SATU VARIABEL

RUMUS:  $ax + b = 0$ , dimana  $a \neq 0$  dan  $b$  adalah konstanta

Penyelesaian persamaan tersebut adalah:

$$x = -\frac{b}{a}$$

Contoh soal:

1.  $X + 1 = 5$

2.  $3x - 7 = 14$

3. Jumlah dari dua bilangan adalah 21, dan salah satu bilangan tersebut adalah dua kali bilangan lainnya. Carilah bilangan-bilangan tersebut

Jawab:

4. Empat kali suatu bilangan tertentu dikurangi 10 adalah 14. Tentukan bilangan tersebut:

Jawab:

5. Jumlah dari tiga bilangan bulat yang berurutan adalah 24.  
Carilah bilangan-bilangan tersebut

Jawab:

6. Seorang laki-laki berumur 41 tahun dan anaknya berumur 9 tahun. Di dalam berapa tahun lagi umur ayah menjadi tiga kali umur anaknya?

Jawab:

7. Sepuluh tahun yang lalu umur John adalah empat kali umur Bill. Sekarang umur John hanya dua kali umur Bill. Carilah umur mereka sekarang?

Jawab:

8. Robert mempunyai 50 koin, semua dalam lima dan sepuluh rupiah yang berjumlah Rp. 350,- Berapakah jumlah uang lima rupiah yang ia punyai?

Jawab:

9. Apabila tiap-tiap sisi bujur sangkar diperpanjang dengan 4 m, maka luasnya naik  $64\text{m}^2$  . Tentukan ukuran bujur sangkar mula-mula

Jawab:

10. A dapat mengerjakan suatu pekerjaan dalam 3 hari, dan B dapat mengerjakan pekerjaan yang sama dalam 6 hari. Berapa lamakah pekerjaan tersebut dapat diselesaikan apabila mereka bekerja bersama-sama?

Jawab



