

Pembelajaran Pemrograman Linear dengan GeoGebra

Rosita Kusumawati

Eminugroho Ratnasari

Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

rosita.kusumawati@gmail.com, eminugrohosari@gmail.com

Abstract

The rapid development of computer technology impacts on the development of mathematics learning. GeoGebra is one of many free-used computer programs that can be used as a media of learning mathematics to help the learning process especially for linear programming. GeoGebra can be used as a tool to explain the concept of feasible region and to solve linear programming problems with two variables. This article contains a review of GeoGebra program and examples of GeoGebra application as a media of learning in linear programming.

Keywords: GeoGebra, Linear Programming

Abstrak

Perkembangan teknologi komputer yang pesat berdampak baik pada perkembangan pembelajaran matematika. GeoGebra adalah salah satu dari banyak program komputer (*software*) tak berbayar yang dapat dimanfaatkan sebagai media pembelajaran matematika untuk membantu proses pembelajaran khususnya Pemrograman Linear. GeoGebra dapat digunakan sebagai alat bantu untuk menjelaskan konsep daerah layak dan menyelesaikan permasalahan Pemrograman Linear khusus untuk dua variabel. Artikel ini berisi kajian mengenai program GeoGebra beserta contoh-contoh penerapan GeoGebra sebagai media pembelajaran dalam mata kuliah pemrograman linear.

Kata kunci: GeoGebra, Pemrograman Linear

I. Pendahuluan

Pemrograman linear (PL) adalah salah satu mata kuliah wajib bagi mahasiswa jurusan pendidikan matematika. Didalam mata kuliah ini dibahas metode matematika untuk memperoleh hasil optimal (maksimal atau minimal) dari model matematika berbentuk fungsi linear dengan batasan beberapa kendala berbentuk persamaan dan pertidaksamaan linear. Model umum PL dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$\text{Memaksimumkan} \quad \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\text{dengan kendala:} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j (\leq, =, \geq) b_i, \forall i, i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, \forall j, j = 1, 2, \dots, n.$$

Kompetensi yang ingin dicapai adalah mahasiswa dapat merumuskan masalah pengambilan keputusan menjadi masalah optimasi model linear, menyelesaikan permasalahan secara kuantitatif, dan melakukan analisis sensitivitas. Untuk masalah optimasi dengan kendala dua atau tiga variabel dapat diselesaikan dengan metode grafik, dan masalah optimasi dengan kendala lebih dari tiga variabel dapat diselesaikan dengan metode simpleks.

Meskipun dalam dunia nyata, masalah PL jarang yang hanya memuat dua variabel tetapi metode grafik sangat penting dalam pembelajaran pemrograman linear. Metode ini mempermudah seseorang untuk memahami algoritma simpleks serta pengertian – pengertian dalam PL seperti daerah konveks, daerah layak, penyelesaian layak, penyelesaian optimal, dan analisis sensitivitas.

Pada penyelesaian masalah PL dengan metode grafik, ada beberapa langkah yang harus dilakukan yaitu menggambarkan garis – garis fungsi kendala, menentukan daerah layak, menggambarkan garis fungsi tujuan, kemudian menentukan penyelesaian layak. Penyelesaian masalah PL secara manual membutuhkan ketelitian perhitungan dan alokasi waktu yang tidak sedikit, sehingga diperlukan alat bantu yang efektif dan efisien yang tidak hanya memberikan pengalaman visual tapi juga kemudahan untuk melakukan analisa terhadap objek - objek geometri.

Perkembangan teknologi komputer yang pesat memberikan dampak positif dalam peningkatan efektivitas pembelajaran. GeoGebra adalah salah satu program komputer tak berbayar yang dapat dimanfaatkan dalam pembelajaran matematika, khususnya yang berkaitan dengan topik geometri dan aljabar. Program ini dapat dimanfaatkan untuk meningkatkan pemahaman pengertian – pengertian dalam PL, seperti daerah konveks, daerah layak, penyelesaian layak, menentukan penyelesaian optimal, dan melakukan analisis sensitivitas.

Makalah ini berisi kajian mengenai GeoGebra sebagai media pembelajaran matematika dalam mata kuliah pemrograman linear, serta contoh-contoh aplikasi GeoGebra sebagai alat bantu untuk menjelaskan konsep – konsep dalam PL seperti daerah layak, menyelesaikan permasalahan pemrograman linear khusus untuk dua variabel dengan metode grafik, serta melakukan analisis sensitivitas.

II. Geogebra

Salah satu program komputer (software) yang dapat digunakan sebagai media pembelajaran matematika adalah GeoGebra. Geogebra dikembangkan oleh Markus Hohenwarter

pada tahun 2001. Menurut Hohenwarter (2008), GeoGebra adalah program komputer tak berbayar (open-source software) yang dirancang untuk menggabungkan geometri, aljabar, dan kalkulus dalam satu lingkungan yang dinamis. Program ini memungkinkan pengguna untuk menggabungkan beberapa representasi dan visualisasi dari konsep – konsep matematika yang saling berhubungan secara dinamis. GeoGebra Program ini dapat dimanfaatkan secara bebas yang dapat diunduh dari <http://www.geogebra.org>. Untuk itulah Cooper (2008) membahas dasar-dasar penggunaan GeoGebra. Seiring perkembangan teknologi, eksplorasi GeoGebra terus dilakukan.

Sejumlah penelitian menunjukkan bahwa GeoGebra dapat mendorong proses penemuan dan eksperimentasi siswa di kelas. Siswa memperoleh pengalaman visual konsep simetri melalui Geogebra, kemudian secara mandiri dapat mengkonstruksi konsep simetri pada titik dan garis secara umum (Adnan, et al., 2011). Yilmaz dalam penelitiannya juga menemukan bahwa pembelajaran trigonometri berbantuan Geogebra lebih efektif dibandingkan dengan metode pembelajaran konstruktivisme (Yilmaz, et al., 2011). Guru dan peneliti di seluruh dunia mengembangkan banyak worksheets dan metode dengan menggunakan GeoGebra. Dikovic (2009) telah menggunakan GeoGebra untuk contoh beberapa konsep dalam aljabar linear dan kalkulus melalui contoh-contoh interaktif, seperti konsep sistem persamaan linear, makna derivatif dan grafis fungsi, dan kontinuitas fungsi. Türkan dan beberapa peneliti lain menyusun material pembelajaran geometri analitik menggunakan GeoGebra (Türkan, et al., 2011)

Pemanfaatan program GeoGebra memberikan beberapa keuntungan, diantaranya adalah sebagai berikut:

1. Lukisan-lukisan geometri yang biasanya dihasilkan dengan dengan cepat dan teliti dibandingkan dengan menggunakan pensil, penggaris, atau jangka.
2. Adanya fasilitas animasi dan gerakan-gerakan manipulasi (dragging) pada program GeoGebra dapat memberikan pengalaman visual yang lebih jelas kepada siswa dalam memahami konsep geometri.
3. Dapat dimanfaatkan sebagai balikan/evaluasi untuk memastikan bahwa lukisan yang telah dibuat benar.

4. Mempermudah guru/siswa untuk menyelidiki atau menunjukkan sifat-sifat yang berlaku pada suatu objek geometri.

Berdasarkan penelitian Embacher (Hohenwarter, 2008), siswa memperoleh manfaat lebih dari pemanfaatan program GeoGebra. Beberapa siswa memberikan komentar-komentar sebagai berikut. “Program ini sangat membantu untuk melihat apa yang berubah ketika saya mengubah sesuatu yang lain”. “Ketika mempelajari konsep turunan, jika kita menggerakkan suatu titik menuju suatu titik yang lain, kita akan menyadari bahwa garis potong berubah menjadi garis singgung. Dengan menggambar pada kertas, kita tidak mampu memvisualisasikan apa yang akan terjadi”. “Dengan program ini, kita dapat berkesperimen secara luas dan bebas serta mencoba banyak hal untuk menemukan solusi sendiri terhadap suatu masalah”.

GeoGebra sangat bermanfaat sebagai media pembelajaran matematika dengan beragam aktivitas sebagai berikut (Hohenwarter, 2004):

1. Media demonstrasi dan visualisasi

Guru dapat memanfaatkan GeoGebra untuk mendemonstrasikan dan memvisualisasikan konsep-konsep matematika tertentu dalam pembelajaran yang bersifat tradisional.

2. Alat bantu konstruksi

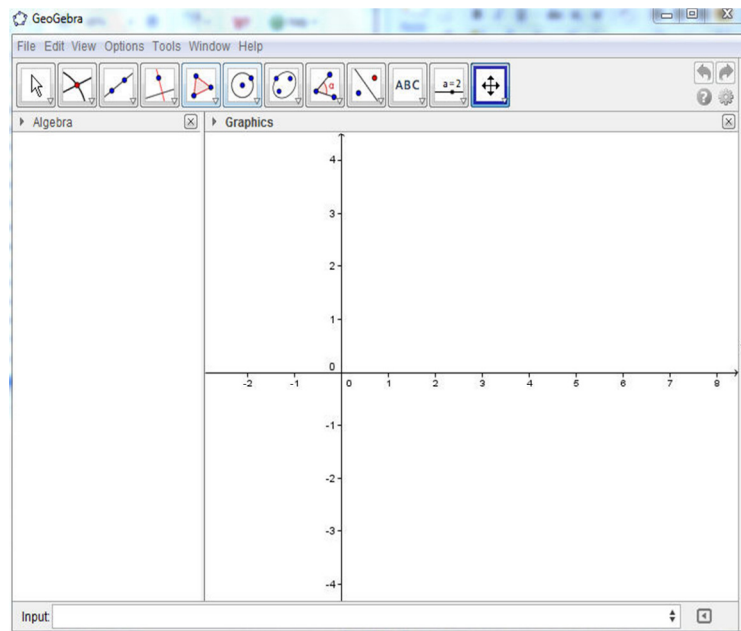
GeoGebra digunakan untuk memvisualisasikan konstruksi konsep matematika tertentu, misalnya mengkonstruksi lingkaran dalam maupun lingkaran luar segitiga, atau garis singgung.

3. Alat bantu proses penemuan

GeoGebra digunakan sebagai alat bantu bagi siswa untuk menemukan suatu konsep matematis, misalnya tempat kedudukan titik-titik atau karakteristik grafik parabola.

Menu utama GeoGebra adalah File, Edit, View, Option, Tools, Windows, dan Help untuk menggambar objek-objek geometri. Menu File digunakan untuk membuat, membuka, menyimpan, dan mengeksport file, serta keluar program. Menu Edit digunakan untuk mengedit gambar. Menu View digunakan untuk mengatur tampilan. Menu Option untuk mengatur berbagai fitur tampilan, seperti pengaturan ukuran huruf, pengaturan jenis (style) objek-objek geometri, dan sebagainya. Menu Tools untuk mengatur, menambahkan dan mengurangi tools yang akan digunakan atau ditampilkan, beberapa tools yang disediakan diantaranya adalah move,

new point, line through two point, perpendicular line, polygon, move graphic view, dan masih banyak lagi. Menu Windows dapat digunakan untuk membuka jendela Geogebra atau file yang baru. Sedangkan menu Help menyediakan petunjuk teknis penggunaan program GeoGebra. Ada beberapa Perspectives yang bisa diatur di Geogebra, Perspectives default adalah Algebra & Graphics. Tampilan Geogebra selengkapnya disajikan pada gambar berikut ini.



III. Aplikasi Geogebra untuk Pemrograman Linear

Pada bagian ini akan dibahas beberapa pemanfaatan Geogebra yakni untuk menjelaskan konsep daerah layak, menyelesaikan permasalahan PL khusus untuk dua variable, serta melakukan analisis sensitivitas.

Daerah layak adalah daerah konveks yang memuat semua titik – titik yang memenuhi semua kendala. Pada permasalahan PL khusus untuk dua variable, daerah layak suatu permasalahan dapat diidentifikasi dengan menggambarkan semua daerah yang dibentuk oleh masing – masing fungsi kendala dan mencari irisannya.

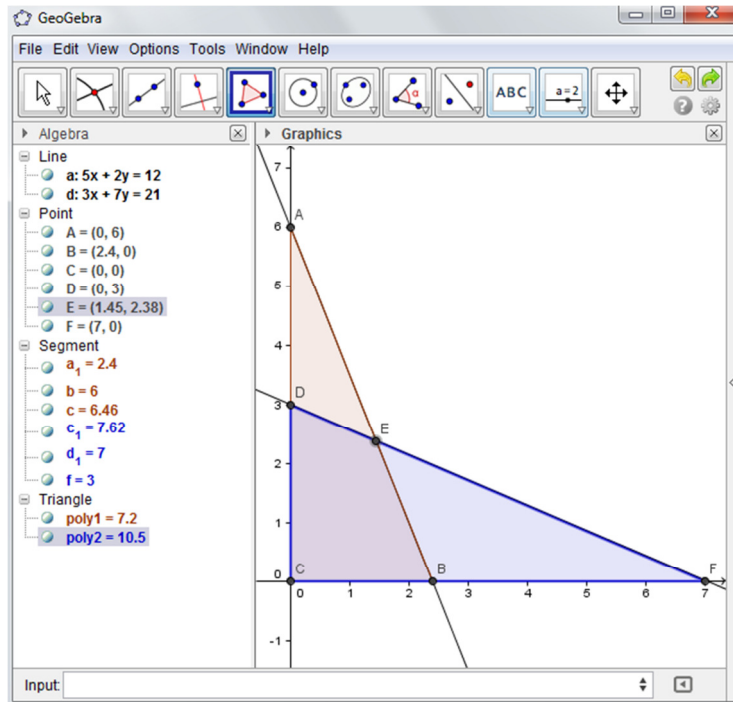
Geogebra dapat menggambarkan langsung daerah yang dibentuk oleh suatu pertidaksamaan dua variabel, dengan mengetikkan langsung pertidaksamaan pada jendela input. Perlu diketahui, Geogebra tidak mengenal variabel X dan Y atau huruf yang lain, tetapi x dan y. Akan tetapi langkah ini akan menyulitkan ketika akan melakukan langkah selanjutnya dalam menyelesaikan masalah PL yaitu mengidentifikasi titik – titik ekstrem dan solusi optimal

masalah PL. Langkah yang lebih baik adalah dengan menggambarkan persamaan garis untuk setiap fungsi kendala, menyelidiki daerah yang memenuhi pertidaksamaan dengan mengambil satu titik sampel dan memasukkan pada pertidaksamaan, menggambar titik – titik yang diperlukan untuk membuat daerah yang memenuhi pertidaksamaan berupa polygon dengan tool Intersect Two Objects, menghubungkan titik – titik untuk membentuk polygon dengan tool Polygon, irisan polygon dengan warna tergelap adalah daerah layak yang terbentuk. Untuk membedakan masing – masing polygon yang terbentuk dari setiap pertidaksamaan, warna setiap polygon dapat dibedakan dengan mengaturnya menggunakan menu Edit → Object Properties.

Sebagai contoh, diberikan masalah PL sebagai berikut,

- i. Memaksimumkan $z = 4x + y$
 dengan kendala: $5x + 2y \leq 12, 3x + 7y \leq 21, x \geq 0, y \geq 0$.

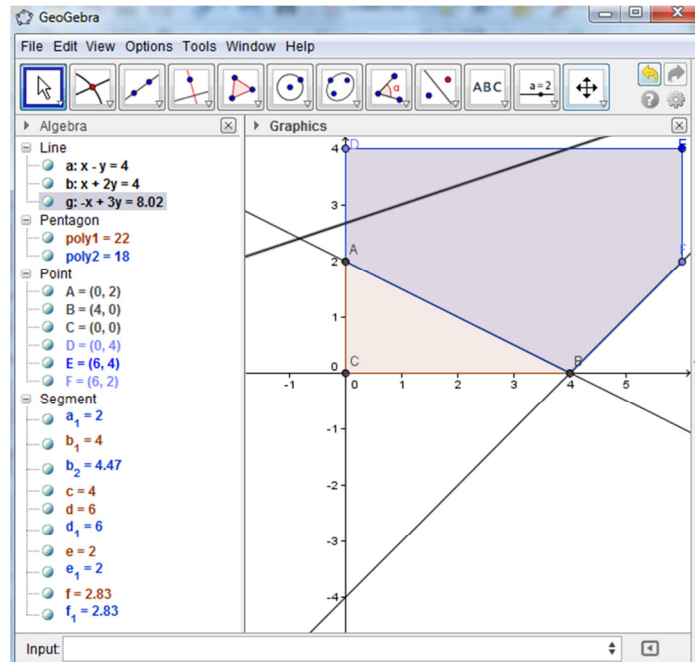
Daerah layak yang terbentuk adalah polygon dengan warna tergelap yaitu CDEB, seperti terlihat pada gambar berikut.



Kejadian khusus masalah PL dengan daerah layak tak terbatas diberikan pada contoh berikut,

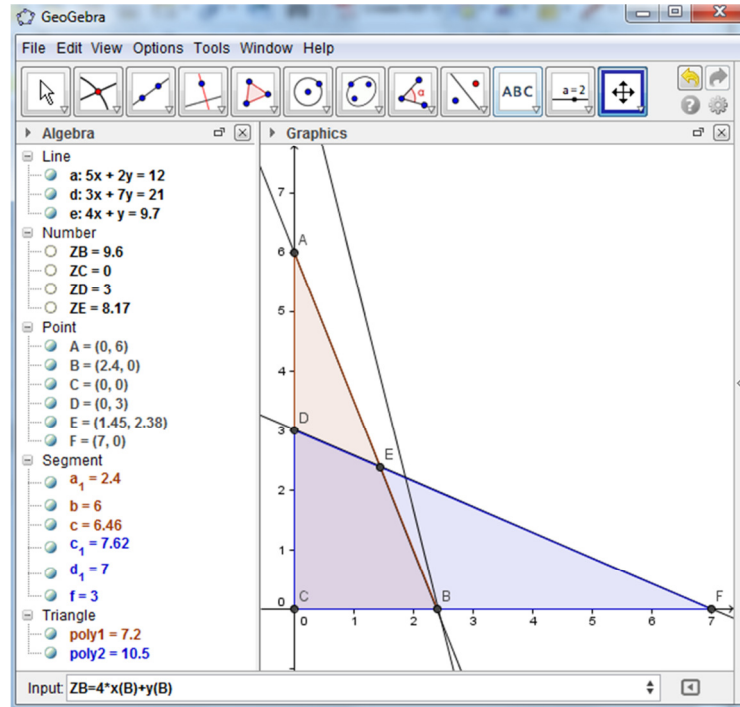
- ii. Memaksimumkan $z = -x + 3y$
 dengan kendala: $x - y \leq 4, x + 2y \geq 4, x \geq 0, y \geq 0$.

Daerah layak yang terbentuk adalah daerah layak tak terbatas yaitu polygon dengan warna tergelap yaitu ADEFB, seperti terlihat pada gambar berikut dengan titik – titik D, E, F adalah titik pembantu untuk membentuk polygon, bukan merupakan titik sudut.



Metode yang dikenal untuk menyelesaikan masalah PL khusus untuk dua variable adalah metode garis selidik dan metode titik sudut. Kedua metode ini dapat difasilitasi Geogebra dengan baik. Langkah – langkah yang dilakukan pada metode titik sudut adalah dengan menghitung nilai fungsi tujuan untuk setiap titik sudut polygon daerah layak yaitu menuliskan $Z_E = 4 \cdot x(E) + y(B)$ untuk titik E, $Z_B = 4 \cdot x(B) + y(B)$ untuk titik B, dan seterusnya untuk contoh i di atas pada jendela input. Penyelesaian optimal masalah PL adalah titik dengan nilai z terbesar, yaitu titik B.

Adapun langkah – langkah yang dilakukan pada metode garis selidik adalah dengan menggambar persamaan garis fungsi tujuan dengan memilih nilai z sembarang, dan menggeser garis selidik dengan tool Move ke arah yang diinginkan sesuai fungsi tujuan memaksimumkan atau meminimumkan dengan memperhatikan perubahan dari nilai z sampai menyentuh titik terluar dari daerah layak. Kelemahan metode garis selidik jika dibandingkan dengan metode titik sudut adalah nilai z yang diperoleh atau nilai fungsi tujuan optimal yang diperoleh terkadang tidak tepat karena garis selidik tidak tepat menyentuh titik ekstrem yang dimaksud, seperti terlihat pada gambar berikut.



IV. Kesimpulan

Geogebra sangat bermanfaat sebagai media pembelajaran yang efektif dan efisien dalam pembelajaran PL. GeoGebra dapat digunakan sebagai alat bantu untuk menjelaskan konsep daerah layak, menyelesaikan permasalahan PL khusus untuk dua variable, serta melakukan analisis sensitivitas. Penggunaan Geogebra diharapkan dapat menjembatani penguasaan konsep, teori, dan prosedur PL secara umum.

V. Daftar Pustaka

Cooper, Tobias. 2008. *Geometry, Functions, and Calculus with Geogebra*. MANS Conference.

Hohenwarter, M., et al. (2008). *Teaching and Learning Calculus with Free Dynamic Matgematics Software GeoGebra*. Tersedia; <http://www.publications.uni.lu/record/2718/files/ICME11-TSG16.pdf>. [15 Nopember 2010]

Hohenwarter, M., et al. (2004). *Combination of Dynamic Geometry, Algebra, and Calculus in the Software System Geogebra*. Tersedia: www.geogebra.org/publications/pecs_2004.pdf. [16 Nopember 2010].

Yilmaz Zengin, et al. (2011). The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 31. (pp.183-187).

Adnan Akkaya, et al. (2011). Using Dynamic Software in Teaching of the Symmetry in Analytic Geometry: The Case of Geogebra. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 15. (pp.2540-2544).

Türkan, et al (2011) Analytic Analysis of Lines with Dynamic Mathematical Software. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 15. (pp.2505-2509).