

LINEAR PROGRAMMING

1. Pengertian
2. Model Linear Programming
3. Asumsi Dasar Linear Programming
4. Metode Grafik

PENGERTIAN LINEAR PROGRAMMING

- LP merupakan suatu model umum yang dapat digunakan dalam pemecahan masalah pengalokasian sumber-sumber yang terbatas secara optimal
- Model yang digunakan dalam memecahkan masalah alokasi sumberdaya perusahaan adalah model matematis
- Semua fungsi matematis yang disajikan dalam model haruslah dalam bentuk fungsi linear

MODEL LINEAR PROGRAMMING

- Model LP merupakan bentuk dan susunan dalam menyajikan masalah-masalah yang akan dipecahkan dengan teknik LP
- Dalam model LP dikenal 2 (dua) macam “fungsi”, yaitu fungsi tujuan (*Objective Function*) dan fungsi batasan (*constraint function*)

- Fungsi Tujuan → fungsi yang menggambarkan tujuan/sasaran di dalam permasalahan LP yang berkaitan dengan pengaturan secara optimal sumberdaya-sumberdaya, untuk memperoleh keuntungan maksimal atau biaya minimal. Nilai yang akan dioptimalkan dinyatakan sebagai Z
- Fungsi Batasan → merupakan bentuk penyajian secara matematis batasan-batasan kapasitas yang tersedia yang akan dialokasikan secara optimal ke berbagai kegiatan

SIMBOL-SIMBOL DALAM LP

- m = macam batasan sumber atau fasilitas yang tersedia
- n = macam kegiatan yang menggunakan sumber atau fasilitas tersebut
- i = nomor setiap macam sumber atau fasilitas yang tersedia ($i=1,2,\dots,m$)
- j = nomor setiap macam kegiatan yang menggunakan sumber atau fasilitas yang tersedia ($j = 1,2,\dots,n$)
- x_j = tingkat kegiatan ke, j . ($j = 1,2,\dots,n$)
- a_{ij} = banyaknya sumber i yang diperlukan untuk menghasilkan setiap unit keluaran (output) kegiatan j ($i = 1,2,\dots,m$, dan $j = 1,2,\dots,n$)
- b_i = banyaknya sumber (fasilitas) yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap unit kegiatan ($i = 1,2,\dots,n$)
- Z = nilai yang dioptimalkan (maksimum atau minimum)
- C_j = kenaikan nilai Z apabila ada pertambahan tingkat kegiatan (x_j) dengan satu satuan (unit); atau merupakan sumbangan setiap satuan keluaran kegiatan j terhadap nilai Z

Tabel 1: Data untuk model Linear Programming

Sumber \ Kegiatan	Pemakaian sumber per unit kegiatan (keluaran)				Kapasitas Sumber
	1	2	3n	
1	a11	a21	a31a1n	b1
2	a21	a22	a23a2n	b2
3	a31	a32	a33a3n	b3
.
.
m	am1	am2	am3amn	bm
ΔZ penambahan tiap unit	C1	C2	C3CN	
Tingkat Kegiatan	X1	X2	X3Xn	

MODEL MATEMATIS PERMASALAHAN LP

Fungsi Tujuan:

$$\text{Maksimumkan } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \dots + C_nX_n$$

Batasan-batasan:

$$1) \quad a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + \dots + a_{1n}X_n \leq b_1$$

$$2) \quad a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + \dots + a_{2n}X_n \leq b_2$$

$$m) \quad a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + a_{m3}X_3 + \dots + a_{mn}X_n \leq b_m$$

dan

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \dots, X_n \geq 0$$

ASUMSI DASAR LINEAR PROGRAMMING

1. Proportionality →
Naik turunnya nilai Z dan penggunaan sumber atau fasilitas yang tersedia akan berubah secara sebanding (proportional) dengan perubahan tingkat kegiatan
2. Additivity →
Nilai tujuan tiap kegiatan tidak saling mempengaruhi, atau kenaikan dari nilai tujuan (Z) yang diakibatkan oleh kenaikan suatu kegiatan dapat ditambahkan tanpa mempengaruhi bagian nilai Z yang diperoleh dari kegiatan lain.
3. Divisibility →
Keluaran (output) yang dihasilkan oleh setiap kegiatan dapat berupa bilangan pecahan, demikian pula nilai Z yang dihasilkan.
4. Deterministic (*Certainty*) →
Semua parameter yang terdapat dalam model LP (a_{ij}, b_i, C_j) dapat diperkirakan dengan *pasti*, meskipun jarang dengan tepat

METODE GRAFIK

- Metode grafik hanya dapat digunakan dalam pemecahan masalah LP yang ber"dimensi" $2 \times n$ atau $m \times 2$, karena keterbatasan kemampuan suatu grafik dalam menyampaikan sesuatu.
- Langkah-langkah dalam menggunakan metode grafik:
 1. Menentukan fungsi tujuan dan memformulasikannya dalam bentuk matematis
 2. Mengidentifikasi batasan-batasan yang berlaku dan memformulasikannya dalam bentuk matematis
 3. Menggambarkan masing-masing garis fungsi batasan dalam satu sistem salib sumbu
 4. Mencari titik yang paling menguntungkan (optimal) dihubungkan dengan fungsi tujuan

Contoh:

Perusahaan sepatu BATA memproduksi 2 macam sepatu dengan merek I_1 untuk sepatu dengan sol karet dan merek I_2 untuk sepatu dengan sol dari kulit. Untuk membuat sepatu tersebut, perusahaan memiliki 3 macam mesin. Mesin 1 khusus untuk membuat sol dari karet, mesin 2 khusus membuat sol dari kulit, dan mesin 3 membuat bagian atas sepatu dan melakukan assembling bagian atas dengan sol. Setiap lusin sepatu merek I_1 mula-mula dikerjakan di mesin 1 selama 2 jam, kemudian tanpa melalui mesin 2 terus dikerjakan di mesin 3 selama 6 jam.

Sedang untuk merek I_2 tidak diproses di mesin 1 tetapi pertama kali dikerjakan di mesin 2 selama 3 jam kemudian di mesin 3 selama 5 jam. Jam kerja maksimum setiap hari untuk mesin 1 = 8 jam, mesin 2 = 15 jam dan mesin 3 = 30 jam. Sumbangan terhadap laba untuk setiap lusin sepatu merek I_1 = 30.000 sedang merek I_2 = 50.000,-.

Berapa lusin sebaiknya sepatu merek I_1 dan I_2 yang dibuat agar bisa memaksimalkan laba?

Penyelesaian:

Mesin \ Merek	I_1	I_2	Kapasitas Maksimum
1	2	0	8
2	0	3	15
3	6	5	30
Sumbangan Terhadap Laba (10.000)	3	5	

Variabel Keputusan:

X_1 = jumlah sepatu merek I_1 yang diproduksi

X_2 = jumlah sepatu merek I_2 yang diproduksi

Fungsi tujuan $\rightarrow Z = \text{Max profit (laba)}$

Permasalahan tersebut akan diselesaikan dengan menggunakan metode grafik