2.4. PENDAHULUAN LIMIT

- Perhatikan : $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1}$

  Untuk $x = 1 \longrightarrow f(x) = \frac{0}{0} \longrightarrow$ tdk terdefinisi

  (Dgn kata lain, $f(x)$ tidak terdefinisi di $x = 1$)

- Akan tetapi, bgm nilai $f(x)$ jika x mendekati 1 ?

  Perhatikan :

x	0,8	0,9	0,99	0,999	$\longrightarrow 1 \longleftarrow$	1,001	1,01	1,1	1,2
$f(x)$	2,6	2,8	2,98	2,998	$\longrightarrow ? \longleftarrow$	3,002	3,02	3,2	3,4

Dapat dilihat bahwa :

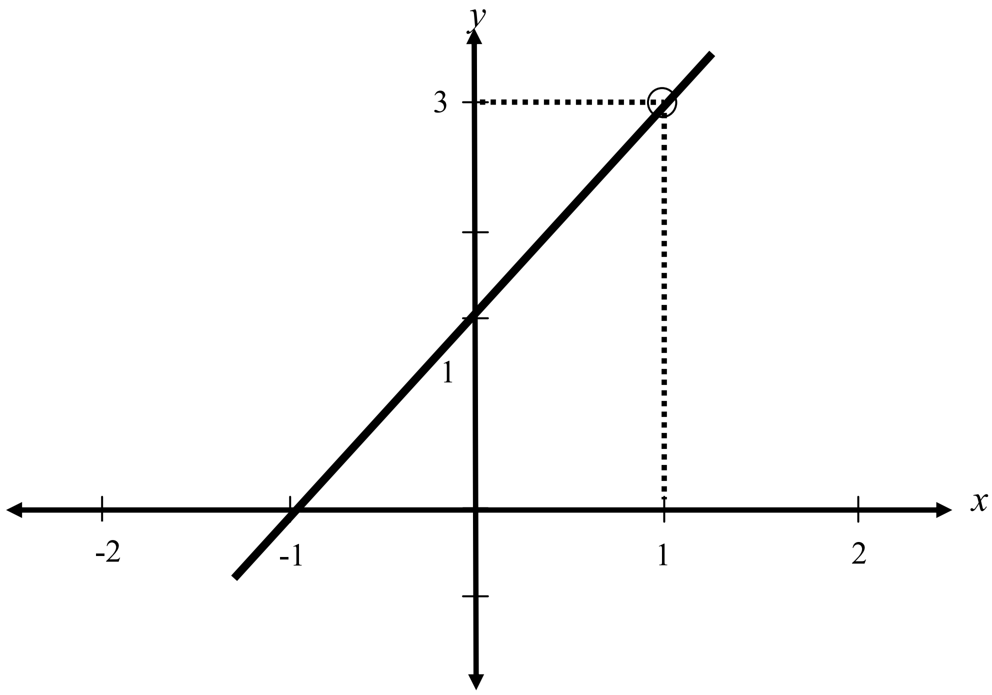
"$f(x)$ mendekati 3 jika x mendekati 1, <u>tetapi $x \neq 1$</u>"

- Hal ini dapat dinyatakan dgn:

$$\lim_{x \to 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1} = 3 \qquad \text{(Baca?)}$$

- Grafik $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1}$ adalah grafik kesamaan $y = 2x + 1$, dgn $x \neq 1$.

nurinsani@uny.ac.id



- Dgn sedikit alajabar, kita dapat mencari nilai limit $f(x)$:

$$\lim_{x \to 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{(2x+1)(x-1)}{x-1}$$

$$= \lim_{x \to 1} 2x + 1 = 2.1 + 1 = 3$$

Knp boleh dicoret?

→ krn sdh ada jaminan $\lim x \to 1$ (yg berarti hanya x mendekati 1, bukan berarti $x = 1$).

Contoh 1: $\lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = ?$

(Bilamana x dekat 2, maka $\frac{x^2 4}{x-2}$ dekat ke 4)

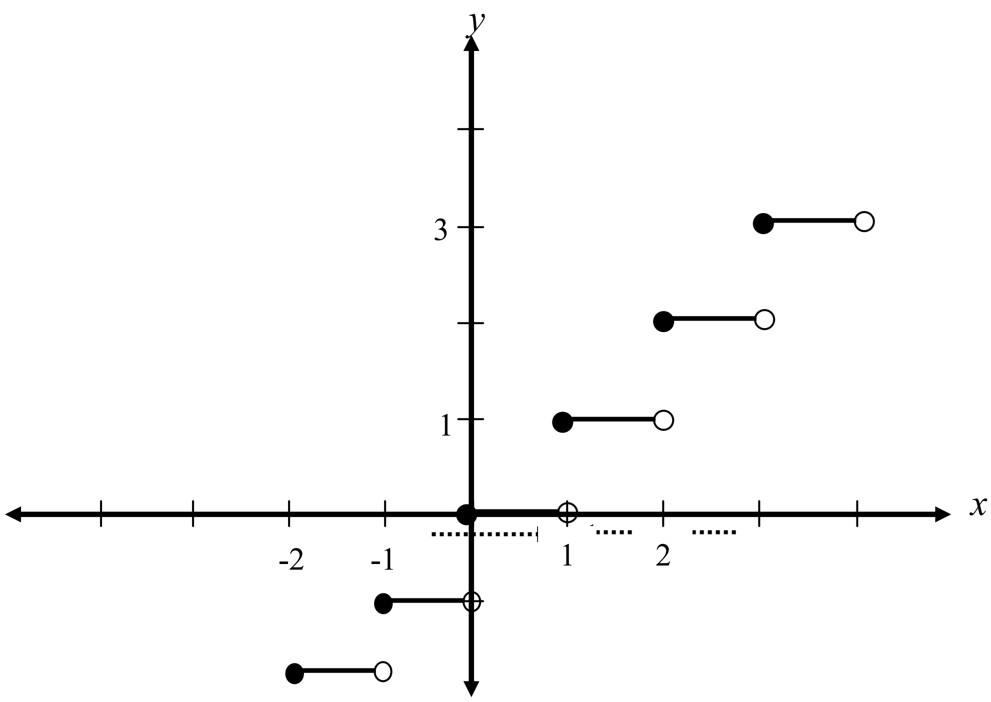
nurinsani@uny.ac.id

Contoh 2: $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\sqrt{(x+4)(x-2)^4}}{(3x-6)^2}$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)^2\sqrt{(x+4)}}{9(x-2)^2}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{(x+4)}}{9} = \frac{\sqrt{2+4}}{9} = \frac{\sqrt{6}}{9}$$

Contoh 3: $\lim\limits_{x \to 1} [\![x]\!]$



Diperoleh, $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 0$ dan $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 1$

Kesimpulan?

→ Bilamana suatu fungsi terdapat lompatan, mk limit tidak ada pd setiap lompatan tsb. Dgn demikian, diperkenalkan limit kiri & kanan.

nurinsani@uny.ac.id

DEFINISI (Limit Sepihak)

- $\lim_{x \to c^-} f(x) = L$, berarti jika x dekat c tetapi pd sebelah kiri c maka $f(x)$ mendekati L.
- $\lim_{x \to c^+} f(x) = L$, berarti jika x dekat c tetapi pd sebelah kanan c maka $f(x)$ mendekati L.

Teorema

$$\lim_{x \to c} f(x) = L\ (ada) \Leftrightarrow$$

$$\lim_{x \to c^-} f(x) = L = \lim_{x \to c^+} f(x)$$

Contoh 1:

$$\text{Diketahui}: f(x) = \begin{cases} -1 & \text{, utk } x < -1 \\ 2x + 1 & \text{, utk } -1 \le x \le 2 \\ x^2 & \text{, utk } x > 2 \end{cases}$$

Apakah $\lim_{x \to -1} f(x)$ ada? Jika ya, tentukan nilai & sketsakan grafiknya.

nurinsani@uny.ac.id

Soal :

1. Tentukan $\lim_{x \to 0} \left(\frac{x}{|x|}\right)$ & sketsakan grafiknya.
2. Diketahui

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{, utk } x \leq -1 \\ 1 - x^2 & \text{, utk } -1 < x \leq 1 \\ \sqrt{x} & \text{, utk } 1 < x < 4 \\ 1 + {}^{4}/_{x} & \text{, utk } x \geq 4 \end{cases}$$

Tentukan:

i. $\lim_{x \to 1} f(x)$

ii. $\lim_{x \to 4} f(x)$

iii. Sketsa grafiknya.

nurinsani@uny.ac.id