# LKM

# (Lembar Kegiatan Mahasiswa)

| | |
|---|---|
| Program Studi | : Matematika |
| Mata Kuliah | : Geometri |
| Pokok Bahasan | : Kesebangunan |

Disusun oleh

**Dr. Ali Mahmudi**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**
**UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA**
**Yogyakarta 2011**

# Lembar Kegiatan Mahasiswa

| | | | |
|---|---|---|---|
| Mata Kuliah | : Geometri | Topik | : Teorema Pythagoras, Teorema Proyeksi, Teorema Stewart, dan Teorema Panjang Garis Berat |
| Waktu | : 4 x 100 menit | | |

## A. Kompetensi Dasar

Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran diharapkan mahasiswa dapat menjelaskan Teorema Pythagoras, Teorema Proyeksi, Teorema Stewart, dan Teorema Panjang Garis Berat pada segitiga, serta dapat menggunakannya untuk menyelesaikan masalah.

## B. Indikator

Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran diharapkan mahasiswa dapat menguasai kemampuan-kemampuan sebagai berikut.

- Menjelaskan Teorema Pythagoras
- Menjelaskan Teorema Proyeksi
- Menjelaskan Teorema Stewart
- Menjelaskan Teorema Panjang Garis Berat pada segitiga
- Menyelesaikan masalah yang terkait dengan Teorema Pythagoras, Teorema Proyeksi, Teorema Stewart, dan Teorema Panjang Garis Berat pada segitiga.

## C. Kegiatan Belajar

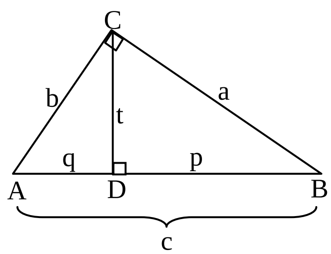
LKM ini difungsikan sebagai bahan belajar bagi mahasiswa. Dengan mengikuti langkah-langkah yang diberikan, diharapkan mahasiswa dapat menguasai konsep dengan baik dan mengaplikasikannya untuk menyelesaikan masalah. Tentu, mahasiswa juga diharapkan terlibat secara aktif dalam kegiatan pembelajaran. Agar lebih menguasai konsep dengan baik, mahasiswa diharapkan mengerjakan tugas maupun latihan yang disediakan. Selain itu, mahasiswa juga diharapkan untuk secara mandiri mempelajari materi dalam diktat maupun referensi yang disarankan. Kegiatan belajar lebih disarankan untuk dilakukan melalui aktivitas diskusi kelompok.

## D. Ringkasan Materi

### *1. Teorema Pythagoras*

Pada segitiga siku-siku, berlaku Teorema Pythagoras. Terdapat beberapa cara untuk membuktikan Teorema Pythagoras, salah satunya adalah menggunakan konsep kesebangunan.

***Tugas 1***




Perhatikan $\Delta$ABC yang siku-siku di C pada gambar di samping. $\overline{CD}$ adalah garis tinggi dari titik C. Terdapat 3 segitiga siku-siku pada gambar tersebut, yaitu $\Delta ABC$, $\Delta ACD$, dan $\Delta CBD$. Tunjukkan bahwa segitiga-segitiga itu dua-dua sebangun.

Karena $\Delta ABC \sim \Delta ACD$, maka berlaku

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD} \Leftrightarrow AC^2 = AB\ x\ AD$$

$$\Leftrightarrow b^2 = c\ x\ q \text{ ........................................................................ (*)}$$

Karena $\Delta ABC \sim \Delta CBD$, tunjukkan bahwa

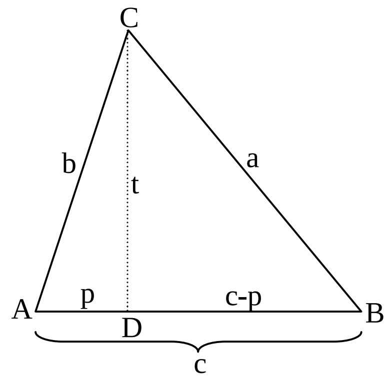
$$a^2 = c\ x\ p \text{ ........................................................................................ (**)}$$

Jumlahkan persamaan (*) dan (**). Apa simpulan Anda?

### *2. Teorema Proyeksi*

Berdasarkan ***Tugas 1*** di atas dapat ditunjukkan bahwa pada segitiga siku-siku, berlaku ***Teorema Pythagoras***, yaitu kuadrat panjang sisi miring samadengan jumlah kuadrat panjang kedua sisi siku-sikunya. Sebaliknya, jika dalam suatu segitiga, kuadrat panjang salah satu sisinya samadengan jumlah kuadrat panjang kedua sisi yang lain, maka segitiga itu adalah segitiga siku-siku.

Dari Teorema Pythagoras dapat diturunkan beberapa teorema pada segitiga yang bukan segitiga siku-siku, yaitu Teorema Proyeksi, Teorema Steawart, dan Teorema Panjang Garis Berat. Berikut diuraikan Teorema Proyeksi pada segitiga lancip.




Pada Gambar di atas, $\overline{CD}$ adalah garis tinggi dari titik C dan p = AD adalah panjang proyeksi AC pada AB.

Pada $\Delta$BCD yang siku-siku di D, berlaku $a^2 = (c-p)^2 + t^2$ ...................... (*)

Pada $\Delta$ACD yang siku-siku di D, berlaku $t^2 = b^2 - p^2$ .............................. (*)

Dari persamaan (*) dan (**) diperoleh

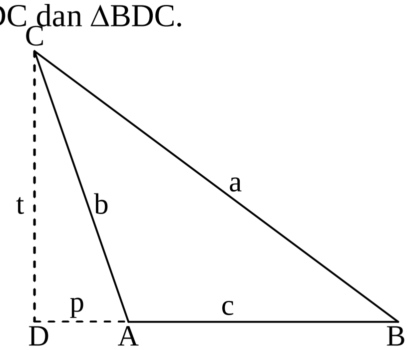
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2cp$$

Ini adalah rumus dari Teorema Proyeksi pada segitiga lancip. Jadi, teorema tersebut adalah sebagai berikut.

*Pada suatu segitiga lancip, kuadrat panjang sisi yang berhadapan dengan sudut lancip samadengan jumlah kuadrat panjang kedua sisi yang lain, dikurangi dengan dua kali hasil perkalian panjang salah satu sisi dengan panjang proyeksi sisi lain ke sisi itu.*

***Tugas 2***

Pada gambar berikut, $\overline{CD}$ adalah garis tinggi pada $\Delta$ABC dari titik C. Terbentuk dua segitiga siku-siku, yaitu $\Delta$ADC dan $\Delta$BDC.




Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, temukan teorema proyeksi untuk segitiga tumpul, yaitu

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2cp$$

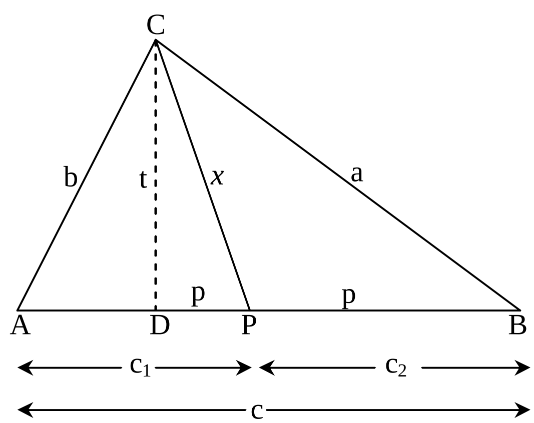
Analog dengan Teorema Proyeksi pada segitiga lancip, dengan menggunakan kalimat Anda, rumuskanlah Teorema Proyeksi untuk segitiga tumpul tersebut.

### *3. Teorema Stewart*

Berdasarkan Teorema Proyeksi, dapat dikembangkan teorema lainnya, yaitu Teorema Stewart, yang dapat digunakan untuk menentukan panjang ruas garis yang menghubungkan salah satu titik sudut dari sebuah segitiga dengan sembarang titik pada sisi di depannya, jika letak titik itu dan panjang ketiga sisi segitiga itu diketahui. Misalnya pada ΔABC di bawah ini, panjang ruas garis (yaitu x) yang menghubungkan titik sudut C dengan titik P yang terletak pada sisi AB, sehingga AP = $c_1$ dan BP = $c_2$, dapat ditentukan.

***Tugas 3***

Perhatikan ΔABC berikut.




Berdasarkan Teorema Proyeksi, pada Δ PBC berlaku:

$$a^2 = c_2^{\ 2} + x^2 + 2c_2 p \text{ ..........................................................................(*)}$$

Demikian juga, berdasarkan Teorema Proyeksi, pada Δ PBC berlaku:

$$b^2 = c_1^{\ 2} + x^2 - 2c_1 p \text{ ........................................................................ (**)}$$

- Eliminasikan p dari persamaan (*) dan (**) dengan mengalikan kedua ruas pada persamaan (*) dengan $c_1$ dan mengalikan persamaan (**) dengan $c_2$.
- Selanjutnya jumlahkan kedua persamaan tersebut. Tunjukkan bahwa $x^2 c = a^2 c_1 + b^2 c_2 - c_1 c_2 c$

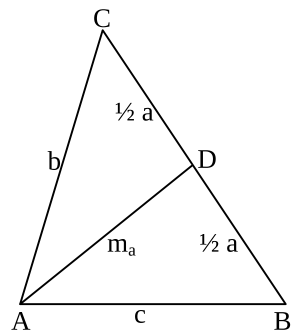
Ini adalah rumus dari Teorema Stewart. Dengan menggunakan kalimat Anda, rumuskanlah Teorema Stewart tersebut.

### *4. Teorema Panjang Garis Berat (Teorema Apollonius)*

Berdasarkan Teorema Stewart dapat diturunkan Teorema Panjang Garis Berat pada segitiga, yang dapat digunakan untuk menentukan panjang garis berat pada suatu segitiga jika diketahui panjang ketiga sisinya.

***Tugas 4***

a. Pada $\Delta ABC$ di bawah, AD = $m_a$ adalah garis berat dari titik sudut A. Dengan menggunakan Teorema Stewart, tunjukkan bahwa $m_a{}^2 = \frac{1}{2}\left(b^2 + c^2\right) - \frac{1}{4}a^2$




b. Jika $m_b$ dan $m_c$ berturut-turut adalah garis berat dari titik sudut B dan titik sudut C pada $\Delta ABC$, tunjukkan bahwa

- $m_b{}^2 = \frac{1}{2}\left(a^2 + c^2\right) - \frac{1}{4}b^2$
- $m_c{}^2 = \frac{1}{2}\left(a^2 + b^2\right) - \frac{1}{4}c^2$

## F. Soal Latihan

1. Pada suatu segitiga siku-siku, diketahui panjang kedua sisi siku-sikunya masing-masing adalah 6 cm dan 8 cm. Tentukan panjang garis tinggi ke sisi miringnya.
2. Pada ΔPQR diketahui PQ = 14 cm, QR = 13 cm, dan PR = 15 cm. Tentukan panjang:

   a. Proyeksi $\overline{PR}$ pada $\overline{QR}$.

   b. Garis tinggi dari titik sudut Q.
3. Pada ΔABC diketahui AB = 12 cm, $m\angle ABC = 60°$, dan BC = 8 cm. Tentukan keliling segitiga itu.
4. Pada ΔABC diketahui AB = 8 cm, BC = 6 cm, dan AC = 7 cm. Tentukan panjang ketiga garis berat segitiga itu.
5. Pada ΔABC diketahui AB = 6 cm, BC = 8 cm, dan AC = 7cm. Titik P terletak pada perpanjangan $\overline{BC}$ sedemikian sehingga CP = ½ BC. Tentukan AP.
6. Diketahui ΔPQR diketahui PQ = 10 cm, QR = 6 cm, dan RP = 8 cm. Dilukis garis berat $\overline{RS}$ dan garis berat $\overline{RT}$. Tentukan ST.
7. Tunjukkan bahwa pada setiap jajargenjang jumlah kuadrat panjang kedua diagonalnya samadengan jumlah kuadrta panjang semua sisinya.
8. Buatlah dua buah soal tentang penghitungan panjang proyeksi suatu sisi segitiga ke sisi lainnya. Cobalah kerjakan sendiri soal Anda.

## G. Daftar Pustaka

De Baan dan J.C. Boss. 1956. *Ilmu Ukur Jilid IIA*. Jakarta: J.B. Wolters.