

Analisis Regresi Linear Sederhana

Ali Muhson

Pendahuluan

- Menggunakan metode statistik berdasarkan data yang lalu untuk memprediksi kondisi yang akan datang
- Menggunakan pengalaman, pernyataan ahli dan survei untuk memprediksi keadaan mendatang

Mengapa Memprediksi?

- Untuk menyusun perencanaan yang matang
- Untuk memastikan kondisi mendatang
- Untuk menemukan strategi yang tepat bagi perbaikan kondisi yad
- Untuk mengurangi risiko/pembiayaan

(c) 2013 by Ali Muhson

3

Analisis Regresi

- Analisis regresi dapat digunakan untuk membuat model kausalitas dalam memprediksi
- X untuk memprediksi Y
- X = independent variable
- Y = dependent variable

(c) 2013 by Ali Muhson

4

Regresi Linear Sederhana

- Hanya melibatkan satu variabel bebas dan satu variabel terikat
- Perubahan yang terjadi pada variabel bebas digunakan untuk memprediksi perubahan pada variabel terikat

(c) 2013 by Ali Muhson

5

Persamaan Garis (Populasi)

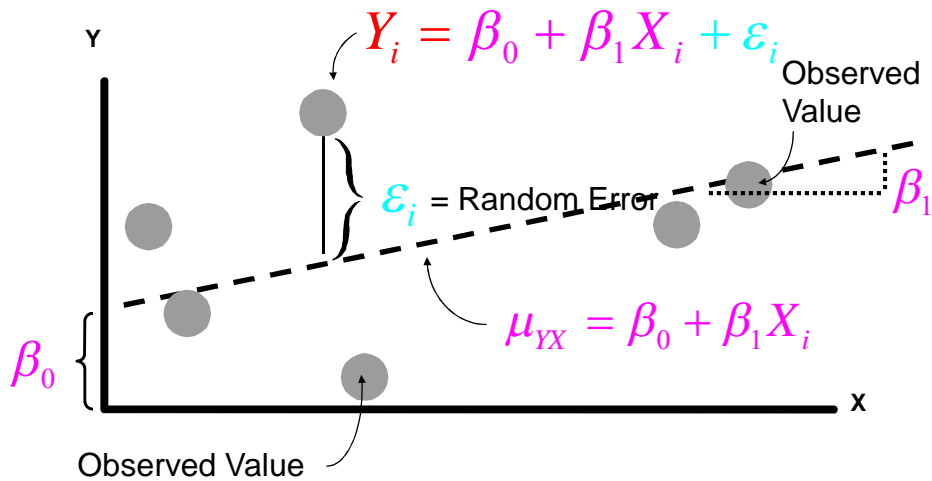
The diagram shows the population regression equation $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \epsilon_i$ with the following labels and arrows:

- Population Y intercept** points to β_0 .
- Population Slope Coefficient** points to β_1 .
- Random Error** points to ϵ_i .
- Dependent (Response) Variable** points to Y_i .
- Independent (Explanatory) Variable** points to X_i .
- Population Regression Line** is indicated by a bracket under the entire equation.

(c) 2013 by Ali Muhson

6

Bagaimana menemukan Garis?



(c) 2013 by Ali Muhson

7

Persamaan Garis (Sampel)

Sample Y Intercept

Sample Slope Coefficient

Residual

Sample Regression Line

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i + e_i$$

b_0 digunakan mengestimasi β_0

b_1 digunakan mengestimasi β_1

(c) 2013 by Ali Muhson

8

Menghitung Persamaan

Metode Kuadrat Terkecil (Ordinary Least Square = OLS):

$$\sum Y = nb_0 + b_1 \sum X$$

$$\sum XY = b_0 \sum X + b_1 \sum X^2$$

(c) 2013 by Ali Muhson

9

Menghitung Persamaan

•Berdasarkan rumus OLS ditemukan:

$$b_1 = \frac{n \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$b_0 = \frac{\sum Y}{n} - b_1 \frac{\sum X}{n}$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$$

(c) 2013 by Ali Muhson

10

Contoh

No	X	Y
1	6	4
2	6	5
3	5	4
4	7	6
5	8	7
6	8	9
7	9	9
8	7	6
9	9	6
10	9	9
11	6	6
12	9	8

- Bagaimana pengaruh motivasi belajar terhadap prestasi belajar mahasiswa? Apakah berpengaruh positif atau negatif? (Gunakan taraf signifikansi 5%)

(c) 2013 by Ali Muhson

11

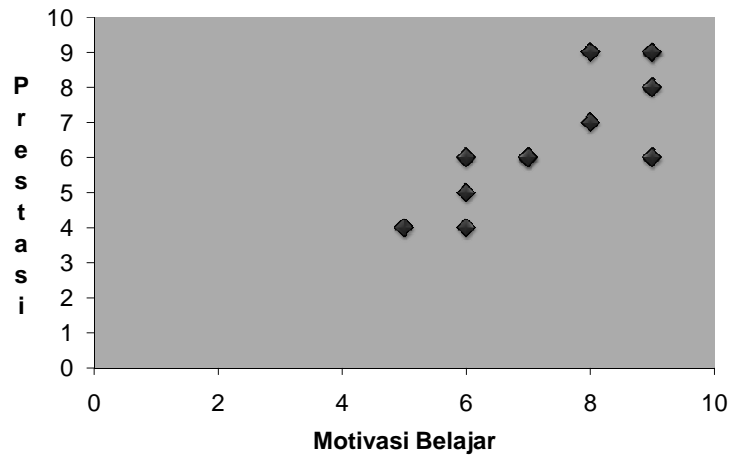
Contoh Perhitungan

No	X	Y	X ²	Y ²	XY
1	6	4	36	16	24
2	6	5	36	25	30
3	5	4	25	16	20
4	7	6	49	36	42
5	8	7	64	49	56
6	8	9	64	81	72
7	9	9	81	81	81
8	7	6	49	36	42
9	9	6	81	36	54
10	9	9	81	81	81
11	6	6	36	36	36
12	9	8	81	64	72
Jml	89	79	683	557	610

(c) 2013 by Ali Muhson

12

Scatter Diagram



(c) 2013 by Ali Muhson

13

Persamaan Garis

- Hitunglah persamaan garis regresi tersebut!

(c) 2013 by Ali Muhson

14

Persamaan Garis

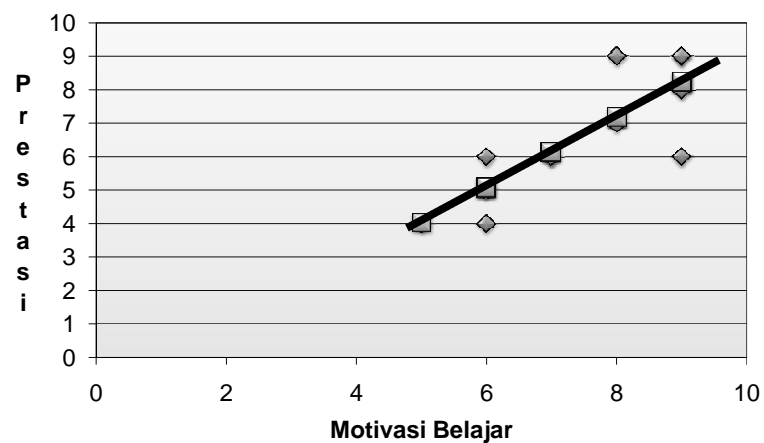
- Hitunglah persamaan garis regresi tersebut!

$$\begin{aligned}\hat{Y}_i &= b_0 + b_1 X_i \\ &= -1,21 + 1.05 X_i\end{aligned}$$

(c) 2013 by Ali Muhson

15

Garis Regresi



(c) 2013 by Ali Muhson

16

Penafsiran Persamaan

$$\hat{Y}_i = -1,21 + 1,05X_i$$

Koefisien garis sebesar 1,05 menunjukkan bahwa setiap kenaikan X sebanyak satu satuan, prediksi rata-rata Y akan naik sebesar 1,05 satuan.

Jadi jika skor motivasi belajar naik sebesar 1 point akan mengakibatkan kenaikan prediksi skor prestasi belajar sebesar 1,05

(c) 2013 by Ali Muhson

17

Menguji Koefisien Garis

- Digunakan uji t

Apakah motivasi belajar berpengaruh terhadap prestasi belajar?

$H_0: \beta_1 = 0$ (tidak ada hubungan/pengaruh)

$H_a: \beta_1 \neq 0$ (Ada hubungan/pengaruh)

(c) 2013 by Ali Muhson

18

Menguji Koefisien Garis

•Uji Statistik:
$$t = \frac{b_1 - \beta_1}{SE_{b_1}}$$

Di mana

$$SE_{b_1} = \frac{S_{YX}}{\sqrt{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}}$$

$$S_{YX} = \sqrt{\frac{JK_E}{n-k-1}}$$

t tabel diperoleh dengan **db = n - 2**

(c) 2013 by Ali Muhson

19

Estimasi Parameter

- Estimasi koefisien garis regresi dapat dihitung dengan rumus:

$$b_1 - (t)(SE) \leq \beta_1 \leq b_1 + (t)(SE)$$

(c) 2013 by Ali Muhson

20

Koefisien Determinasi

$$r^2 = \frac{JK_R}{JK_T} = \frac{\text{Jumlah Kuadrat Regresi}}{\text{Jumlah Kuadrat Total}}$$

Koefisien determinasi (r^2) mengukur proporsi varians Y yang dapat dijelaskan oleh X melalui model.

(c) 2013 by Ali Muhson

21

Koefisien Determinasi

$$r^2 = \frac{\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}$$

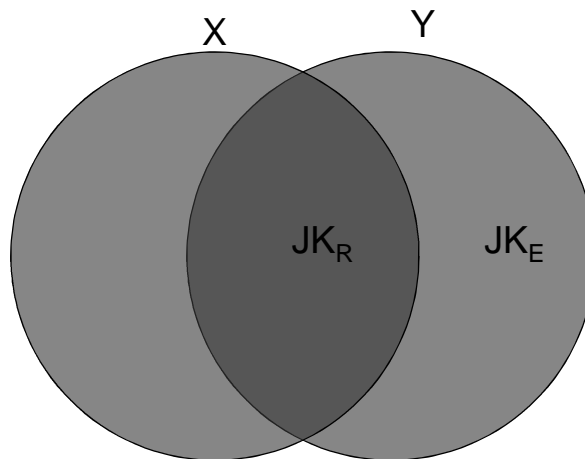
•Hitunglah koefisien determinasinya!

$$r^2 = \frac{b_1 \left\{ \sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{n} \right\}}{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n}}$$

(c) 2013 by Ali Muhson

22

Total Varians



(c) 2013 by Ali Muhson

23

Menguji r^2

$$F = \frac{r^2(n-k-1)}{k(1-r^2)}$$

- F tabel (alpha; k; n-k-1)
- Untuk Regresi sederhana, nilai F di atas sama dengan nilai t^2 yang diperoleh dari hasil pengujian koefisien garis regresi

(c) 2013 by Ali Muhson

24

Total Varians

- $SS_T = SS_R + SS_E$ atau
 - $JK_T = JK_R + JK_E$
 - $db_R = k$
 - $db_E = n - k - 1$
 - $db_T = n - 1$
- Keterangan:**
- SS_T = Total sum of square
 - SS_R = Regression sum of square
 - SS_E = Error sum of square
 - JK_T = Jumlah Kuadrat Total
 - JK_R = Jumlah Kuadrat Regresi
 - JK_E = Jumlah Kuadrat Error
 - k = Banyaknya variabel bebas

(c) 2013 by Ali Muhson

25

Tabel Analysis Of Variance (ANOVA)

Sumber Variansi	Jumlah Kuadrat (JK)	db	Rerata Kuadrat (RK)	F
Regresi	$\sum (\hat{y} - \bar{y})^2$	k	JK_R/db_R	RK_R/RK_E
Error/ Residu	$\sum (y - \hat{y})^2$	$n - k - 1$	JK_E/db_E	-
Total	$\sum (y - \bar{y})^2$	$n - 1$	JK_T/db_T	-

(c) 2013 by Ali Muhson

26

PR

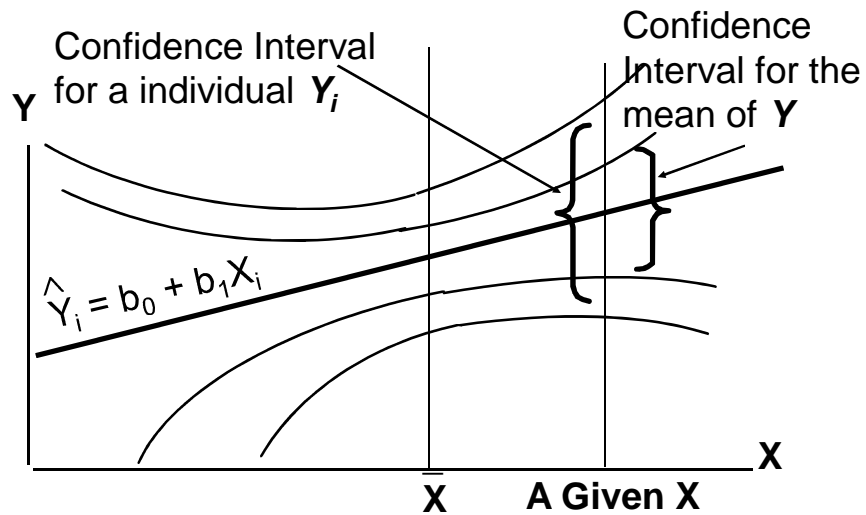
- Menghitung koefisien determinasi.
- Menghitung nilai F dan t lalu buktikan bahwa $F = t^2$
- Menghitung tabel ANOVA
- Ujilah apakah motivasi belajar berpengaruh terhadap prestasi belajar! (taraf nyata 5%)

(c) 2013 by Ali Muhson

27

Interval Keyakinan Prediksi Y

Interval Keyakinan



(c) 2013 by Ali Muhson

29

Interval Keyakinan

- Prediksi rerata Y

$$\hat{Y}_i \pm (t) \left(S_{yx} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sum (X - \bar{X})^2}} \right)$$

- Prediksi nilai Y:

$$\hat{Y}_i \pm (t) \left(S_{yx} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sum (X - \bar{X})^2}} \right)$$

(c) 2013 by Ali Muhson

30

Contoh

Jika diketahui seorang mahasiswa memiliki skor motivasi sebesar 8, hitunglah:

- Interval kepercayaan rerata prestasi yang dicapainya!
- Interval kepercayaan prestasi yang dicapainya!

(c) 2013 by Ali Muhson

31

Contoh Hasil Analisis

Model Summary				
Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.828 ^a	.686	.654	1.07737

a. Predictors: (Constant), Motivasi Belajar

ANOVA ^a						
Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	25.309	1	25.309	21.805	.001 ^b
	Residual	11.607	10	1.161		
	Total	36.917	11			

a. Dependent Variable: Prestasi Belajar
b. Predictors: (Constant), Motivasi Belajar

(c) 2013 by Ali Muhson

32

Contoh Hasil Analisis

Coefficients ^a						
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-1.211	1.698		-.713	.492
	Motivasi Belajar	1.051	.225	.828	4.670	.001

a. Dependent Variable: Prestasi Belajar

Persamaan Garis Regresi: $Y = -1,211 + 1,051 X$