

SIFAT-SIFAT YANG BERLAKU UNTUK POLINOMIAL OPERATOR

Bila dipunyai polinomial dalam bentuk operator yaitu $F_1(D)$, $F_2(D)$, dan $F_3(D)$, maka berlaku:

1. Sifat komutatif penjumlahan

$$F_1(D) + F_2(D) = F_2(D) + F_1(D)$$

2. Sifat komutatif perkalian

$$F_1(D) \cdot F_2(D) = F_2(D) \cdot F_1(D)$$

3. Sifat asosiatif penjumlahan

$$[F_1(D) + F_2(D)] + F_3(D) = F_1(D) + [F_2(D) + F_3(D)]$$

4. Sifat asosiatif perkalian

$$[F_1(D) \cdot F_2(D)] \cdot F_3(D) = F_1(D) \cdot [F_2(D) \cdot F_3(D)]$$

5. Sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan

$$F_1(D) [F_2(D) + F_3(D)] = F_1(D) \cdot F_2(D) + F_1(D) \cdot F_3(D)$$

Kebalikan operator

$$\frac{1}{D} Q(x) = \int Q(x)$$

$$\frac{1}{D^2} Q(x) = \iint Q(x)$$

$$\frac{1}{D^n} Q(x) = \iiint \dots \int Q(x)$$

METODE INVERSE/KEBALIKAN OPERATOR

Persamaan Diferensial Linier Tak Homogen tingkat n dapat ditulis dalam bentuk,

$$F(D) Y = Q(x)$$

Untuk mencari **penyelesaian khusus/integral khusus** dari persamaan di atas diambil bentuk berikut,

$$Y_p = \frac{1}{F(D)} Q(x)$$

Inverse operator

SIFAT-SIFAT INVERSE OPERATOR

- $\frac{1}{F(D)} [Q_1(x) \pm Q_2(x)] = \frac{1}{F(D)} Q_1(x) \pm \frac{1}{F(D)} Q_2(x)$
- $\left(\frac{1}{F_1(D)} \pm \frac{1}{F_2(D)} \right) Q(X) = \frac{1}{F_1(D)} Q(X) \pm \frac{1}{F_2(D)} Q(X)$
- $\frac{1}{F(D)} C Q(X) = C \frac{1}{F(D)} Q(X)$ dengan C = konstan
- $\left(\frac{1}{F_1(D)} \cdot \frac{1}{F_2(D)} \right) Q(X) = \frac{1}{F_1(D)} \left(\frac{1}{F_2(D)} Q(X) \right)$
- $\left(\frac{1}{F_1(D)} \cdot \frac{1}{F_2(D)} \right) Q(X) = \frac{1}{F_2(D) \cdot F_1(D)} Q(X)$

Q(x) berbentuk eksponensial

- $\frac{1}{F(D)} e^{ax} = \frac{1}{F(a)} e^{ax}$ dengan a = konstan dan bila $F(a) \neq 0$
- $\frac{1}{F(D-a)^n} e^{ax} = \frac{x^n}{n!} e^{ax}$ dengan a = konstan
- $\frac{1}{F(D)} e^{ax} Q(x) = e^{ax} \frac{1}{F(D+a)} Q(x)$ dengan a = konstan

Q(x) berbentuk cos ax dan/atau sin ax

$$9. \frac{1}{F(D^2)} \sin ax = \frac{1}{F(-a^2)} \sin ax \quad \text{dengan } a = \text{konstan} \quad \text{bila } F(-a^2) \neq 0$$

$$10. \frac{1}{F(D^2)} \cos ax = \frac{1}{F(-a^2)} \cos ax \quad \text{dengan } a = \text{konstan} \quad \text{bila } F(-a^2) \neq 0$$

$$11. \frac{1}{D^2 + a^2} \sin bx = \frac{1}{-b^2 + a^2} \sin bx \quad \text{dengan } a, b = \text{konstan} \quad \text{bila } b \neq a$$

$$12. \frac{1}{D^2 + a^2} \cos bx = \frac{1}{-b^2 + a^2} \cos bx \quad \text{dengan } a, b = \text{konstan} \quad \text{bila } b \neq a$$

$$13. \frac{1}{D^2 + a^2} \sin ax = -\frac{x}{2a} \cos ax \quad \text{dengan } a = \text{konstan}$$

$$14. \frac{1}{D^2 + a^2} \cos ax = \frac{x}{2a} \sin ax \quad \text{dengan } a = \text{konstan}$$

15. Bila **Q(x) berbentuk polinomial** maka penyelesaiannya adalah sebagai berikut,

$$Y_p = \frac{1}{F(D)} Q(x) = \frac{1}{a_0 + a_1D + a_2D^2 + a_3D^3 + a_4D^4 + \dots} Q(x)$$

dengan $a_0 + a_1D + a_2D^2 + a_3D^3 + a_4D^4 + \dots$

merupakan hasil bagi bilangan 1 oleh $F(D)$ sampai diperoleh orde D sama dengan atau lebih besar dari orde $F(D)$.