**DERET TAKHINGGA**

**Pendahuluan**

Pembahasan tentang deret takhingga sebagai bentuk penjumlahan suku-suku takhingga memegang peranan penting dalam fisika. Kita dapat memperoleh nilai-nilai numerik untuk bilangan *e*, π, , dan sebagainya. Deret takhingga juga bermanfaat untuk perhitungan integral, menyelesaikan persamaan diferensial (baik biasa maupun parsial), deret Fourier, dan sebagainya.

**Barisan dan Deret**

Barisan adalah urutan suku-suku yang dibentuk mengikuti aturan atau kaidah yang telah ditetapkan. Sebagai contoh,

Suku ke-*n* sebuah barisan dinyatakan dengan Suku ke-*n* ini menunjukkan aturan pembentukan suku-suku deret itu. Pada contoh di atas, suku ke-*n* berturut-turut adalah dan .

Deret adalah pernyataan penjumlahan yang ditunjukkan oleh suku-suku barisan. Berdasarkan barisan di atas diperoleh deret

dan

Jika jumlah suku-sukunya terbatas, barisan atau deret disebut berhingga. Sebaliknya, jika jumlah suku-sukunya tak terbatas, barisan atau deret itu dinamakan barisan atau deret takhingga. Penulisan deret takhingga biasanya digunakan notasi sigma, misalnya:

**Deret Divergen dan Deret Konvergen**

Kita akan membahas deret berikut:

Penjumlahan beberapa suku pertama akan menghasilkan hal-hal berikut:

…

Besaran disebut jumlah per bagian, yaitu jumlah *n* suku pertama deret. Harga limit dari adalah

* Jika jumlah per bagian dari deret takhingga cenderung menuju harga tertentu, yaitu maka deretnya disebut konvergen. Sebaliknya, deret divergen.
* Harga *S* disebut jumlah deret.
* Ada nilai sisa, yaitu .

**Deret Geometri**

Deret geometri didefinisikan sebagai

Jumlah *n* suku pertama dapat dihitung dengan rumus

Berapakah nilai *r* supaya deret geometri konvergen?

**Uji Konvergensi**

Uji Awal (*preliminary test*) menyatakan, jika deret divergen.

1. Uji Banding

Jika suku demi suku dari deret , dengan adalah deret konvergen, maka deret juga konvergen. Jika suku demi suku deret , dengan membentuk deret divergen, maka deret juga divergen.

1. Uji Integral
2. Uji Nisbah

Jika deret konvergen

Jika deret divergen

Jika uji nisbah tidak memberi kesimpulan

1. Uji Banding Khusus

Ditinjau deret positif

* Jika deret positif konvergen dan deret konvergen.
* Jika deret positif divergen dan deret divergen.

**Deret Bolak-balik (*Alternating Series*)**

Deret bolak-balik adalah deret yang suku-sukunya berganti tanda. Sebagai contoh,

Deret bolak-balik , dengan positif, konvergen jika memenuhi dua syarat berikut:

1. Setiap suku-suku deret ini secara numerik kurang dari suku-suku sebelumnya, .

**Deret Pangkat**

Secara umum, deret pangkat dapat dituliskan sebagai

dengan *a* adalah tetapan yang (boleh) bernilai nol dan disebut koefisien deret pangkat. Sebagai contoh,

Sebuah fungsi dapat dikembangkan ke dalam deret Taylor dengan menggunakan rumus

.

Jika *a* = 0, uraian deret Taylor berubah menjadi deret Maclaurin:

.

Beberapa deret Maclaurin dari fungsi dasar yang sering digunakan dalam fisika adalah

5. (deret binomial Newton)

Dengan menggunakan beberapa deret fungsi dasar di atas, kita dapat memperoleh deret dengan mudah. Perhatikan beberapa contoh berikut: