

G. DIFERENSIASI PARSIAL

Adalah turunan dari suatu fungsi yang terdiri dari beberapa variabel, dan penyelesaiannya dilakukan bagian demi bagian.

Contoh 1 :

$$Z = 2x^2 - 3xy + 4y^2 \quad \text{atau } Z = f(x, y)$$

Dalam fungsi tersebut ada dua variabel bebas, yaitu x dan y, maka berapakah dz/dx dan dz/dy ?

Cara penyelesaian :

Ada beberapa anggapan/kemungkinan, antara lain :

1. Variabel x berubah-ubah, y konstan. (Karena y konstan maka jika y diturunkan hasilnya 0)

Maka Z = fungsi x, sehingga turunannya ke x atau dz/dx

$$Z = 2x^2 - 3xy + 4y^2$$

$$\frac{dz}{dx} = 4x - 3y + 0 = 4x - 3y$$

2. Kemungkinan variabel y berubah-ubah, x konstan maka Z = fungsi y

Sehingga Turunannya ke y atau dz/dy

$$Z = 2x^2 - 3xy + 4y^2$$

$$\frac{dz}{dy} = 0 - 3x + 8y = -3x + 8y$$

3. Atau untuk mencari $\frac{dz}{dx}$ dan $\frac{dz}{dy}$, fungsi tersebut dirubah menjadi fungsi implisit

$$Z = 2x^2 - 3xy + 4y^2$$

Jika ditulis dalam bentuk implisit :

$$2x^2 - 3xy + 4y^2 - Z = 0$$

Selanjutnya $\frac{dz}{dx}$ dan $\frac{dz}{dy}$, dicari seperti langkah (1) dan (2) di atas.

- a. perlakukan y konstan dan cari $\frac{dz}{dx}$

$$2x^2 - 3xy + 4y^2 - z = 0$$

$$\frac{d(2x^2)}{dx} - \frac{d(3xy)}{dx} + \frac{d(4y^2)}{dx} - \frac{d(z)}{dx} = 0$$

$$4x - 3y + 0 - \frac{dz}{dx} = 0$$

$$\therefore \frac{dz}{dx} = 4x - 3y$$

- b. perlakukan x konstan dan cari $\frac{dz}{dy}$

$$2x^2 - 3xy + 4y^2 - z = 0$$

$$\frac{d(2x^2)}{dy} - \frac{d(3xy)}{dy} + \frac{d(4y^2)}{dy} - \frac{dz}{dy} = 0$$

$$0 - 3x + 8y - \frac{dz}{dy} = 0$$

$$\therefore \frac{dz}{dy} = -3x + 8y$$

Contoh 2 :

$$Z = (2x - y)^4$$

Carilah dz/dx dan dz/dy

Penyelesaian :

$$Z = (2x - y)^4$$

- a. y konstan

$$\frac{dz}{dx} = 4(2x - y)^3 \cdot \frac{d(2x - y)}{dx} = 4(2x - y)^3 (2) = 8(2x - y)^3$$

- b. x konstan

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dy} &= 4(2x - y)^3 \cdot \frac{d(2x - y)}{dy} \\ &= 4(2x - y)^3 (-1) \\ &= -4(2x - y)^3 \end{aligned}$$

Bagaimana kalau dicari melalui fungsi implisit ?