BAHAN AJAR 3 KALKULUS DIFERENSIAL

Oleh: ENDANG LISTYANI

KEKONTINUAN DI SUATU TITIK (Hal 114)

Perhatikan gambar – gambar grafik fungsi y = f(x) berikut

K

L

M

c c

= tidak ada = L (ada)

f(c) = M (ada) f(c) = K (ada)

tetapi  f(c)

M

c

 = f(c)

Dari ketiga gambar grafik tersebut, yang terakhir merupakan grafik fungsi kontinu

Definisi (hal 115)

Kekontinuan di suatu titik

Misalkan f(x) terdefinisi pada selang terbuka yang memuat c. Kita katakan bahwa f kontinu di c jika  = f(c)

Syarat f kontinu di c adalah:

1. f(c) ada (ii)  ada (iii)  = f(c)

Untuk menunjukkan f tidak kontinu/diskontinu di c, cukup ditunjukkan salah satu syarat tidak terpenuhi

Contoh



Selidiki kekontinuan fungsi f : (1) di x = 0 (2) di x = 1 (3) di x = 2

KEKONTINUAN SEPIHAK

(KEKONTINUAN PADA SELANG) HAL 118

DEFINISI KONTINU KIRI

Misalkan f adalah suatu fungsi yang terdefinisi pada selang (a , c], maka f kontinu kiri di x = c 

DEFINISI KONTINU KANAN

Misalkan f adalah suatu fungsi yang terdefinisi pada selang [c , a), maka f kontinu kanan di x = c 

**Hubungan antara kekontinuan di satu titik dengan kekontinuan sepihak**

Misalkan f fungsi yang terdefinisi pada selang terbuka yang memuat c.

Fungsi f kontinu di x = c  fungsi f kontinu kiri di x = c dan kontinu kanan di x = c

Contoh

f(x) =  +  pada -2  x  1

1. Gambarlah
2. Selidiki kekontinuan sepihak dari fungsi f di

(a) x = -2 (b) x = -1 (c) x = 0 (d) x = 1

Penyelesaian

Terlebih dahulu, nyatakan fungsi dalam bentuk yang lebih sederhana

Pada -2  x < -1,  = -x ,  = -2 f(x) = -x – 2

Pada -1  x < 0 ,  = -x ,  = -1 f(x) = -x – 1

Pada 0  x < 1 ,  = x ,  = 0 f(x) = x

Pada x = 1 ,  = 1 ,  = 1 f(x) = 2



Y

2

1

-2 -1 0 1 X

-1

1. Di titik x = -2 dapat diselidiki apakah f kontinu kanan di x = -2

f(-2) = 0



 = f(-2) jadi f kontinu kanan di x = -2

1. Di titik x = -1 dapat diselidiki apakah f kontinu kiri dan kanan di x = -1

* f(-1) = 0
* 

  f(-1) jadi f **tidak** kontinu kiri dI x = -1

* 

= f(-1) jadi f kontinu kanan di x = -1

DEFINISI FUNGSI KONTINU PADA SUATU SELANG/INTERVAL (hal 118)

* f kontinu pada suatu selang terbuka (a , b) jika f kontinu di setiap titik pada selang tersebut
* f kontinu pada suatu selang tertutup [a , b] jika f kontinu di setiap titik pada selang terbuka (a , b) dan f kontinu kanan di x = a , kontinu kiri di x = b

Soal ( kerjakan dan dikumpulkan, kelompok maks 3 orang)

Gambarlah dan selidiki apakah f kontinu kiri atau kanan di titik yang ditunjuk

1. f(x) = x di x = -2
2. f(x) = x2 + 2 di x = 0
3. f(x) = (x-2)  di x = 2
4. f(x) = x2 – 2x + 3 +  di x = 3
5. f(x) = x di x = -2

f(x) = 

f(-2) = 0



Jadi f(x) kontinu kiri

Buktikan

Bukti pendahuluan

Diberikan ε > 0 sebarang, **akan ditentukan**  **>0** sehingga jika  maka 

 = = 

Karena diketahui bahwa < , pilih = 1 untuk menentukan batas dari 

=+ 6 (ketaksamaan segitiga)

< 1 + 6 =7

Dengan demikian kita juga mensyaratkan  sehingga hasil kali 

akan lebih kecil dari ε

Bukti formal

Diberikan ε > 0 sebarang, **terdapat** = min{1, } , sehingga jika  maka  = 

< 7 .  = 