SEJARAH DAN FILSAFAT MATEMATIKA

Oleh Dr Marsigit, M. A.
Fakultas Pascasarjana UNY

A. Sejarah Matematika

Menurut Berggren, JL, 2004, penemuan matematika pada jaman Mesopotamia dan Mesir Kuno, didasarkan pada banyak dokumen asli yang masih ada ditulis oleh juru tulis. Meskipun dokumen-dokumen yang berupa artefak tidak terlalu banyak, tetapi mereka dianggap mampu mengungkapkan matematika pada jamantersebut. Artefak matematika yang ditemukan menunjukkan bahwa bangsa Mesopotamia telah memiliki banyak pengetahuan matematika yang luar biasa, meskipun matematika mereka masih primitif dan belum disusun secara deduktif seperti sekarang. Matematika pada jaman Mesir Kuno dapat dipelajari dari artefak yang ditemukan yang kemudian disebut sebagai Papyrus Rhind (diedit pertama kalinya pada 1877), telah memberikan gambaran bagaimana matematika di Mesir kuno telah berkembang pesat. Artefak-artefak berkaitan dengan matematika yang ditemukan berkaitan dengan daerah-daerah kerajaan seperti kerajaan Sumeria 3000 SM, Akkadia dan Babylonia rezim (2000 SM), dan kerajaan Asyur (1000 SM), Persia (abad 6-4 SM), dan Yunani (abad ke 3 - 1 SM).

Pada jaman Yunani kuno paling tidak tercatat matematikawan penting yaitu Thales dan Pythagoras. Thales dan Pythagoras mempelopori pemikiran dalam bidang Geometri, tetapi Pythagoraslah yang memulai melakukan atau membuat bukti-bukti matematika. Sampai masa pemerintahan Alexander Agung dari Yunani dan sesudahnya, telah tercatat Karya monumental dari Euclides berupa karya buku yang berjudul Element (unsur-unsur) yang merupakan buku Geometri pertama yang disusun secara deduksi. Risalah penting dari periode awal matematika Islam banyak yang hilang, sehingga ada pertanyaan yang belum terjawab masih banyak tentang hubungan antara matematika Islam awal dan matematika dari Yunani dan India. Selain itu, jumlah jumlah dokumen yang relatif sedikit menyebabkan kita mengalami kesulitan untuk menelusuri sejauh mana peran matematikawan Islam dalam pengembangan matematika di Eropa selanjutnya. Tetapi yang jelas, sumbangan matematikawan Islam cukup besar bersamaan dengan kebangkitan pemikiran modern yang muncul himpunanelah jaman kegelapan sampai sekitar abad ke 15 himpunanelah masehi.

Penemuan alat cetak mencetak pada jaman modern, yaitu sekitar abad ke 16, telah memungkinkan para matematikawan satu dengan yang lainnya melakukan komunikasi secara lebih intensif, sehingga mampu menerbitkan karya-karya hebat. Hingga sampailah pada jamannya Hilbert yang berusaha untuk menciptakan matematika sebagai suatu sistem yang tunggal, lengkap dan konsisten. Namun usaha Hilbert kemudian dapat dipatahkan atau ditemukan kesalahannya oleh muridnya sendiri yang bernama Godel yang menyatakan bahwa tidaklah mungkin diciptakan matematika yang tunggal, lengkap dan konsisten. Persoalan Geometri dan Aljabar kuno, dapat ditemukan di dokumen yang tersimpan di Berlin. Salah satu persoalan tersebut misalnya memperkirakan panjang diagonal suatu persegi panjang. Mereka menggunakanhubungan antara panjang sisi-sisi persegi panjang yang kemudian mereka menemukan bentuk segitiga siku-siku. Hubungan antara sisi-sisi siku-siku ini kemudian dikenal dengan nama Teorema Pythagoras. Teorema Pythagoras ini sebetulnya telah digunakan lebih dari 1000 tahun sebelum ditemukan oleh Pythagoras.

Orang-orang Babilonia telah menemukan sistem bilangan sexagesimal yang kemudian berguna untuk melakukan perhitungan berkaitan dengan ilmu-ilmu perbintangan. Para astronom pada jaman Babilonia telah berusaha untuk memprediksi suatu kejadian dengan mengaitkan dengan fenomena perbintangan, seperti gerhana bulan dan titik kritis dalam siklus planet (konjungsi, oposisi, titik stasioner, dan visibilitas pertama dan terakhir). Mereka menemukan teknik untuk menghitung posisi ini (dinyatakan dalam derajat lintang dan bujur, diukur relatif terhadap jalur gerakan jelas tahunan Matahari) dengan berturut-turut menambahkan istilah yang tepat dalam perkembangan aritmatika. Matematika di Mesir Kuno disamping dikarenakan pengaruh dari Masopotamia dan Babilonia, tetapi juga dipengaruhi oleh konteks Mesir yang mempunyai aliran sungai yang lebar dan panjang yang menghidupi masyarakat Mesir dengan peradabannya. Persoalan hubungan kemasyarakatan muncul dikarenakan kegiatan survive bangsa Mesir menghadapi keadaan alam yang dapat menimbulkan konflik diantara mereka, misalnya bagaimana menentukan batas wilayah, ladang atau sawah dipinggir sungai Nil himpunanelah banjir bandang terjadi yang mengakibatkan tanah mereka tertimbun lumpur hingga beberapa meter. Dari salah satu kasus inilah kemudian muncul gagasan atau ide tentang luas daerah, batas-batas dan bentuk-bentuknya. Maka pada jaman Mesir Kuno, Geometri telah tumbuh pesat sebagai cabang Matematika.

Dalam waktu relatif singkat (mungkin hanya satu abad atau kurang), metode yang dikembangkan oleh orang Babilonia dan Masir Kuno telah sampai ke tangan orang-orang Yunani. Misal, Hipparchus (2 abad SM) lebih menyukai pendekatan geometris pendahulu Yunani, tetapi kemudian ia menggunakan metode dari Mesopotamia dan mengadopsi gaya seksagesimal. Melalui orang-orang Yunani itu diteruskan ke para ilmuwan Arab pada abad pertengahan dan dari situ ke Eropa, di mana itu tetap menonjol dalam matematika astronomi selama Renaissance dan periode modern awal. Sampai hari ini tetap ada dalam penggunaan menit dan detik untuk mengukur waktu dan sudut. Aspek dari matematika Babilonia yang telah sampai ke Yunani telah meningkatkan kualitas kerja matematika dengan tidak hanya percaya denganbentuk-bentuk fisiknya saja, melainan diperoleh kepercayaan melalui bukti-bukti matematika. Prinsip-prinsip Teorema Pythagoras yang sudal dikenal sejak jaman Babilonia yaitu sekitar seribu tahun sebelum jaman Yunani, mulai dibuktikan secara matematis oleh Pythagoras pada jaman Yunani Kuno.

Pada jaman Yunani Kuno, selama periode dari sekitar 600 SM sampai 300 SM , yang dikenal sebagai periode klasik matematika, matematika berubah dari fungsi praktis menjadi struktur yang koheren pengetahuan deduktif. Perubahan fokus dari pemecahan masalah praktis ke pengetahuan tentang kebenaran matematis umum dan perkembangan obyek teori mengubah matematika ke dalam suatu disiplin ilmu. Orang Yunani menunjukkan kepedulian terhadap struktur logis matematika. Para pengikut Pythagoras berusaha untuk menemukan secara pasti Panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku. Tetapi mereka tidak dapat menemukan angka yang tertentu dengan skala yang sama yang berlaku untuk semua sisi-sisi segitiga tersebut.
Hal inilah yang kemudian dikenal dengan persoalan Incommensurability, yaitu adanya skala yang tidak sama agar diperoleh bilangan yang tertentu untuk sisi miringnya. Jika dipaksakan digunakan skala yang sama (atau commensurabel) maka pada akhirnya mereka menemukan bahwa panjang sisi miring bukanlah bilangan bulat melainkan bilangan irrasional.

Prestasi bangsa Yunani Kuno yang monumental adalah adanya karya Euclides tentang Geometri Aksiomatis. Sumber utama untuk merekonstruksi pra-Euclidean buku karya Euclides bernama Elemen (unsur-unsur), di mana sebagian besar isinya masih relevan dan digunakan hingga saat kini. Element terdiri dari 13 jilid. Buku I berkaitan dengan kongruensi segitiga, sifat-sifat garis paralel, dan hubungan daerah dari segitiga dan jajaran genjang; Buku II menetapkan kehimpunanaraan yang berhubungan dengan kotak, persegi panjang, dan segitiga; Buku III berisi sifat-sifat Lingkaran; dan Buku IV berisi tentang poligon dalam lingkaran. Sebagian besar isi dari Buku I-III adalah karya-karya Hippocrates, dan isi dari Buku IV dapat dikaitkan dengan Pythagoras, sehingga dapat dipahami bahwa buku Elemen ini memiliki sejarahnya hingga berabad-abad sebelumnya. Buku V menguraikan sebuah teori umum proporsi, yaitu sebuah teori yang tidak memerlukan pembatasan untuk besaran sepadan. Ini teori umum berasal dari Eudoxus. Berdasarkan teori, Buku VI menggambarkan sifat bujursangkar dan generalisasi dari teori kongruensi pada Buku I. Buku VII-IX berisi tentang apa yang oleh orang-orang Yunani disebut "aritmatika," teori bilangan bulat. Ini mencakup sifat-sifat proporsi numerik, pembagi terbesar, kelipatan umum, dan bilangan prima(Buku VII); proposisi pada progresi numerik dan persegi (Buku VIII), dan hasil khusus, seperti faktorisasi bilangan prima yang unik ke dalam, keberadaan yang tidak terbatas jumlah bilangan prima, dan pembentukan "sempurna" angka, yaitu angka-angka yang sama dengan jumlah pembagi (Buku IX). Dalam beberapa bentuk, Buku VII berasal dari Theaetetus dan Buku VIII dari Archytas. Buku X menyajikan teori garis irasional dan berasal dari karya Theaetetus dan Eudoxus. Buku Xiberisi tentang bangun ruang; Buku XII membuktikan theorems pada rasio lingkaran, rasio bola, dan volume piramida dan kerucut.

Warisan Matematika Yunani, terutama dalam geometri , sangat besar. Dari periode awal orang-orang Yunani merumuskan tujuan matematika tidak dalam hal prosedur praktis tetapi sebagai disiplin teoritis berkomitmen untuk mengembangkan proposisi umum dan demonstrasi formal. Kisaran dan keragaman temuan mereka, terutama yang dari abad SM-3, geometri telah menjadi materi pelajaran selama berabad-abad himpunanelah itu, meskipun tradisi yang ditransmisikan ke Abad Pertengahan dan Renaissance tidak lengkap dan cacat. Peningkatan pesat dari matematika di abad ke-17 didasarkan sebagian pada pembaharuan terhadap matematika kuno dan matematika pada jaman Yunani. Mekanika dari Galileo dan perhitungan-perhitungan yang dibuat Kepler dan Cavalieri, merupakan inspirasi langsung bagi Archimedes. Studi tentang geometri yang dilakukan oleh Apollonius dan Pappus dirangsang oleh pendekatan baru dalam geometri-misalnya, analitik yang dikembangkan oleh Descartes dan teori proyektif dari Desargues Girard.

Kebangkitan matematika pada abad 17 sejalan dengan kebangkitan pemikiran para filsuf sebagai anti tesis abad gelap dimana kebenaran didominasi oleh Gereja. Maka Copernicus merupakan tokoh pendobrak yang menantang pandangan Gereja bahwa bumi sebagai pusat jagat raya; dan sebagai gantinya dia mengutarakan ide bahwa bukanlah Bumi melainkan Mataharilah yang merupakan pusat tata surya, sedangkan Bumi mengelilinginya. Jaman kebangkitan ini kemudian dikenal sebagai Jaman Modern, yang ditandai dengan munculnya tokoh-tokoh pemikir filsafat sekaligus matematikawan seperti Immanuel Kant, Rene Descartes, David Hume, Galileo, Kepler, Cavalieri, dst.

B. Filsafat Matematika

Wilkins, DR, 2004, menjelaskan bahwa terdapat beberapa definisi tentang matematika yang berbeda-beda. Ahli logika Whitehead menyatakan bahwa matematika dalam arti yang paling luas adalah pengembangan semua jenis pengetahuan yang bersifat formal dan penalarannya bersifat deduktif. Boole berpendapat bahwa itu matematika adalah ide-ide tentang jumlah dan kuantitas. Kant mengemukakan bahwa ilmu matematika merupakan contoh yang paling cemerlang tentang bagaimana akal murni berhasil bisa memperoleh kesuksesannya dengan bantuan pengalaman. Von Neumann percaya bahwa sebagian besar inspirasi matematika terbaik berasal dari pengalaman. Riemann menyatakan bahwa jika dia hanya memiliki teorema, maka ia bisa menemukan bukti cukup mudah. Kaplansky menyatakan bahwa saat yang paling menarik adalah bukan di mana sesuatu terbukti tapi di mana konsep baru ditemukan. Weyl menyatakan bahwa Tuhan ada karena matematika adalah konsisten dan iblis ada karena kita tidak dapat membuktikan matematika konsistensi ini. Hilbert menyimpulkan bahwa ilmu matematika adalah kesatuan yang konsisten, yaitu sebuah struktur yang tergantung pada vitalitas hubungan antara bagian-bagiannya, dan penemuan dalam matematika dibuat dengan penyederhanaan metode, menghilangnya prosedur lama yang telah kehilangan kegunaannya dan penyatuan kembali unsur-unsurnya untuk menemukan konsep baru.

Hempel, CG, 2001, menegaskan kembali apa yang telah dikemukakan oleh John Stuart Mill bahwa matematika itu sendiri merupakan ilmu empiris yang berbeda dari cabang lain seperti astronomi, fisika, kimia, dll, terutama dalam dua hal: materi pelajaran adalah lebih umum daripada apapun lainnya dari penelitian ilmiah, dan proposisi yang telah diuji dan dikonfirmasi ke tingkat yang lebih besar dibandingkan beberapa bagian yang paling mapan astronomi atau fisika. Dengan demikian, sejauh mana hukum-hukum matematika telah dibuktikan oleh pengalaman masa lalu umat manusia begitu luar biasa bahwa kita telah dibenarkan olh teorema matematika dalam bentuk kualitatif berbeda dari hipotesis baik dari cabang lain.

Hempel, CG, 2001, lebih lanjut menyatakan bahwa sekali istilah primitif dan dalil-dalil yang telah ditetapkan, seluruh teori sepenuhnya ditentukan. Dia menyimpulkan bahwa himpunaniap istilah dari teori matematika adalah didefinisikan dalam hal primitif, dan himpunaniap proposisi teori secara logis deducible dari postulat, adalah sepenuhnya tepat. Perlu juga untuk menentukan prinsip-prinsip logika yang digunakan dalam pembuktian proposisi matematika. Ia mengakui bahwa prinsip-prinsip dapat dinyatakan secara eksplisit ke dalam kalimat primitif atau dalil-dalil logika. Dengan menggabungkan analisis dari aspek sistem Peano, Hempel menerima tesis dari logicism bahwa Matematika adalah cabang dari logika karena semua konsep matematika, yaitu aritmatika, aljabar analisis, dan, dapat didefinisikan dalam empat konsep dari logika murni, dan semua teorema matematika dapat disimpulkan dari definisi tersebut melalui prinsip-prinsip logika. Bold, T., 2004, menyatakan bahwa komponen penting dari matematika mencakup konsep angka integer, pecahan, penambahan, perpecahan dan persamaan; di mana penambahan dan pembagian terhubung dengan studi proposisi matematika dan konsep bilangan bulat dan pecahan adalah elemen dari konsep-konsep matematika.

Bold, T., 2004, lebih lanjut menunjukkan bahwa elemen penting kedua untuk interpretasi konsep matematika adalah kemampuan manusia dari abstrak, yaitu kemampuan pikiran untuk mengetahui sifat abstrak dari dari obyek dan menggunakannya tanpa kehadiran obyek. Karena kenyataan bahwa semua matematika adalah abstrak, ia percaya bahwa salah satu motif dari intuitionists untuk berpikir matematika adalah produk satu-satunya pikiran. Dia menambahkan bahwa elemen penting ketiga adalah konsep infinity, sedangkan konsep tak terbatas didasarkan pada konsep kemungkinan. Dengan demikian, konsep tak terbatas bukan kuantitas, tetapi konsep yang bertumpu pada kemungkinan tak terbatas, yang merupakan karakter dari kemungkinan. Berikutnya ia mengklaim bahwa konsep pecahan hanya berdasarkan abstraksi dan kemungkinan. Menurut dia, isu yang terlibat dengan bilangan rasional dan irasional sama sekali tidak relevan untuk interpretasi konsep pecahan sebagaimana selalu dikhawatirkan oleh Heyting Arend. Sejauh berkenaan dengan konsep-konsep matematika, bilangan rasional sebagai n / p dan bilangan irasional dengan p adalah bilangan bulat, hanya masalah cara berekspresi. Perbedaan antara mereka adalah masalah dalam matematika untuk dijelaskan dengan istilah matematika dan bahasa.

Di sisi lain, Podnieks, K., 1992, menyatakan bahwa konsep bilangan asli dikembangkan dari operasi manusia dengan koleksi benda-benda kongkrit, namun tidak mungkin untuk memverifikasi pernyataan seperti itu secara empiris dan konsep bilangan asli sudah yang stabil tentang dan terlepas dari sumber yaitu sebenarnya. Hubungan kuantitatif dari himpunanbenda-benda fisik dalam praktek manusia, dan mulai bekerja sebagai model mandiri yang kokoh. Menurut dia, sistem bilangan asli adalah idealisasi hubungan-hubungan kuantitatif; di mana orang memperolehnya dari pengalaman mereka dengan himpunan dan ekstrapolasi aturan ke himpunan yang jauh lebih besar (jutaan hal) dan dengan demikian situasi idealnya menjadi nyata. Dia menegaskan bahwa proses idealisasi berakhir kokoh, tetap, dan mandiri , sementara bangun-bangun fisiknya berubah. Sementara konsep matematika diperoleh dengancara melepaskan sebagian besar sifat-sifatnya kemudian untuk memikirkan sebagian kecil sifat-sifat tertentunya saja. Hal demikian yang kemudian disebut sebagai abstraksi. Sementara sifat-sifat yang tersisa yang memang harus dipelajari, diasumsikan bahwa mereka mempunyai sifat yang sempurna; misal bahwa lurus adalah sempurna lurus, lancip adalah sempurna lancip, demikian himpunanerusnya. Yang demikian itulah yang kemudian dikenal sebagai idealisasi.

Peterson, I., 1998, menjelaskan bahwa pada awal abad ke-20, Jerman yang hebat matematika David Hilbert (1862-1943) menganjurkan program yang ambisius untuk merumuskan suatu sistem aksioma dan aturan inferensi yang akan mencakup semua matematika, dari dasar aritmatika hingga mahir kalkulus; impiannya adalah menyusun metode penalaran matematika dan menempatkan mereka dalam kerangka tunggal. Hilbert menegaskan bahwa suatu sistem formal dari aksioma dan aturan harus konsisten, yang berarti bahwa seseorang tidak dapat membuktikan sebuah pernyataan dan kebalikannya pada saat yang sama, ia juga menginginkan skema yang lengkap, artinya satu selalu dapat membuktikan pernyataan yang diberikan bisa benar atau salah. Hilbert berpendapat bahwa harus ada prosedur yang jelas untuk memutuskan apakah suatu proposisi tertentu berikut dari himpunan aksioma, dengan itu, diberikan sebuah sistem yang jelas dari aksioma dan aturan inferensi yang tepat, akan lebih mungkin, meskipun tidak benar-benar praktis, untuk menjalankan melalui semua proposisi mungkin, dimulai dengan urutan terpendek simbol, dan untuk memeriksa mana yang valid. Pada prinsipnya, suatu prosedur keputusan secara otomatis akan menghasilkan semua teorema mungkin dalam matematika.

Di sisi lain, ia menjelaskan bahwa matematika formal didasarkan pada logika formal; mengurangi hubungan matematis untuk pertanyaan keanggotaan himpunan; objek primitif hanya terdefinisi dalam matematika formal adalah himpunan kosong yang berisi apa-apa. Ada klaim bahwa hampir setiap abstraksi matematika yang pernah diselidiki dapat diturunkan sebagai seperangkat aksioma teori himpunan dan hampir setiap bukti matematis yang pernah dibangun dapat dibuat dengan asumsi tidak ada di luar yang aksioma. Itu juga menyatakan bahwa jika tak terhingga merupakan potensi dan tidak pernah menjadi kenyataan selesai maka himpunan terbatas tidak ada, karena itu, ahli matematika mencoba untuk mendefinisikan struktur tak terbatas yang paling umum dibayangkan karena itu tampaknya memberikan harapan paling baik, jika himpunan tidak terbatas ada maka akan menjadi landasan matematika yang kokoh. Lebih lanjut, ia menyatakan bahwa matematika harus langsung terhubung ke sifat program non-deterministic di alam semesta yang potensial tidak terbatas, hal ini akan membatasi ekstensi untuk sebuah himpunan bilangan ordinal dan himpunan yang dapat dibangun dari mereka. Obyek didefinisikan dalam suatu sistem matematis yang formal tidak peduli apakah aksioma tak terhingga itu termasuk yang dimasukkan, dan bahwa sistem formal dapat diartikan sebagai suatu program komputer untuk menghasilkan teorema di mana program tersebut dapat menghasilkan semua nama-nama benda atau himpunan yang didefinisikan dalam sistem tersebut. Selanjutnya, semua bilangan kardinal yang lebih besar yang pernah didefinisikan dalam sistem matematika yang terbatas, tidak akan dihitung dari dalam sistem tersebut.

Peterson, I., 1998, mencatat bahwa apa Hilbert berpendapat bahwa kita dapat memecahkan masalah jika kita cukup pintar dan bekerja cukup lama, dan matematikawan Gregory J. Chaitin dan Thomas J. Watson tidak percaya dengan prinsip bahwa ada batas untuk apa matematika bisa dicapai. Namun, pada tahun 1930, Kurt Godel (1906-1978) membuktikan bahwa tidak ada prosedur keputusan tersebut adalah mungkin untuk setiap sistem logika yang terdiri dari aksioma dan proposisi cukup canggih untuk mencakup jenis masalah matematika yang hebat yang bekerja pada setiap hari; ia menunjukkan bahwa jika kita asumsikan bahwa sistem matematika konsisten, maka kita bisa menunjukkan bahwa itu tidak lengkap. Peterson mengatakan bahwa dalam pikiran Godel, tidak peduli apa sistem aksioma atau aturannya, akan selalu ada beberapa pernyataan yang dapat tidak terbukti atau tidak valid dalam sistem. Memang, matematika penuh dengan pernyataan dugaan dan menunggu bukti dengan jaminan bahwa jawaban tertentu telah pernah ada.

Chaitin membuktikan bahwa suatu prosedur tidak dapat menghasilkan hasil yang lebih kompleks dari pada prosedur itu sendiri, dengan kata lain, dia membuat teori bahwa wanita berbobot 1-pon tidak bisa melahirkan bayi berbobot 10-pon. Wanita berbobot 10 pon tidak bisa melahirkan bayi 100 pon, dst. Sebaliknya, Chaitin juga menunjukkan bahwa tidak mungkin membuat prosedur untuk membuktikan bahwa sejumlah kompleksitas bersifat acak, maka, sejauh bahwa pikiran manusia adalah sejenis komputer, mungkin ada jenis kompleksitas begitu mendalam dan halus yang akal kita tidak pernah bisa memahami nya; urutan apapun yang mungkin terletak pada kedalaman akan dapat diakses, dan selalu akan muncul untuk kita sebagai keacakan. Pada saat yang sama, membuktikan bahwa berurutan adalah acak juga dapat mengatasi kesulitan, tidak ada cara untuk memastikan bahwa kita tidak diabaikan. Peterson, I., 1998, menyatakan bahwa hasil Chaitin ini menunjukkan bahwa kita jauh lebih mungkin untuk menemukan keacakan dari ketertiban dalam domain matematika tertentu; kompleksitas versin teorema Godel menyatakan bahwa meskipun hampir semua bilangan adalah acak, tidak ada sistem formal aksiomatis yang akan memungkinkan kita untuk membuktikan fakta ini.

Selanjutnya, Peterson, I., 1998, menyimpulkan bahwa pekerjaan Chaitin ini menunjukkan bahwa ada jumlah tak terbatas pernyataan matematika di mana seseorang dapat membuat, katakanlah, aritmatika yang tidak dapat direduksi menjadi aksioma aritmatika, jadi tidak ada cara untuk membuktikan apakah pernyataan tersebut benar atau salah dengan menggunakan aritmatika; dalam pandangan Chaitin ini, itu praktis sama dengan mengatakan bahwa struktur aritmatika adalah acak. Chaitin menyimpulkan bahwa struktur matematika adalah fakta matematis yang analog dengan hasil dari sebuah lemparan koin dan kita tidak pernah bisa benar-benar membuktikan secara logis apakah itu adalah benar, ia menambahkan bahwa dengan cara yang sama bahwa tidak mungkin untuk memprediksi saat yang tepat di mana seorang individu yang terkena radiasi atom mengalami peluruhan radioaktif. Matematika tak berdaya untuk menjawab pertanyaan tertentu, sedangkan fisikawan masih dapat membuat prediksi yang dapat diandalkan tentang rata-rata lebih dari besar dari atom, ahli matematika mungkin dalam beberapa kasus terbatas pada pendekatan yang sama; yang membuat matematika jauh lebih dari ilmu pengetahuan eksperimental.

Hempel, CG, 2001, berpendapat bahwa setiap sistem postulat matematika yang konsisten, bagaimanapun, mempunyai interpretasi yang berbeda dari istilah primitifnya, sedangkan satu himpunan definisi dalam arti kata yang kaku menentukan arti dari definienda dengan cara yang unik . Sistem yang lebih luas dari itu Peano postulat yang diperoleh masih belum lengkap dalam arti bahwa tidak setiap bilangan memiliki akar kuadrat, dan lebih umum, tidak setiap persamaan aljabar memiliki solusi dalam sistem; ini menunjukkan bahwa ekspansi lebih lanjut dari sistem bilangan dengan pengenalan bilangan real dan akhirnya kompleks. Hempel menyimpulkan bahwa pada dasar dari dalil operasi aritmatika dan aljabar berbagai dapat didefinisikan untuk jumlah sistem baru, konsep fungsi, limit, turunan dan integral dapat diperkenalkan, dan teorema berkaitan erat dengan konsep-konsep ini dapat dibuktikan, sehingga akhirnya sistem besar matematika seperti di sini dibatasi bertumpu pada dasar yang sempit dari sistem Peano itu; setiap konsep matematika dapat didefinisikan dengan menggunakan tiga unsur primitif dari Peano, dan setiap proposisi matematika dapat disimpulkan dari lima postulat yang diperkaya oleh definisi dari non-primitif tersebut, langkah penyederhanaan, dalam banyak kasus, dengan cara tidak lebih dari prinsip-prinsip logika formal; bukti beberapa theorems tentang bilangan real, bagaimanapun, memerlukan satu asumsi yang biasanya tidak termasuk di antara yang terakhir dan ini adalah aksioma yang disebut pilihan di mana ia menyatakan bahwa terdapat himpunan-himpunan saling eksklusif, tidak ada yang kosong, ada setidaknya satu himpunan yang memiliki tepat satu elemen yang sama dengan masing-masing himpunan yang diberikan.

Hempel, CG, 2001, menyatakan bahwa berdasarkan prinsip dan aturan logika formal, isi semua matematika dapat diturunkan dari sistem sederhana Peano ini yaitu prestasi yang luar biasa dan sistematis, isi matematika dan penjelasan dasar-dasar yang validitas. Menurut dia, sistem Peano memungkinkan interpretasi yang berbeda, sedangkan dalam sehari-hari maupun dalam bahasa ilmiah, dapat dikembangkan untuk arti khusus untuk konsep aritmatika. Hempel bersikeras bahwa jika karena itu matematika adalah menjadi teori yang benar dari konsep-konsep matematika dalam arti yang dimaksudkan, tidak cukup untuk validasi untuk menunjukkan bahwa seluruh sistem adalah diturunkan dari Peano mendalilkan kecocokan definisi, melainkan, kita harus bertanya lebih jauh apakah postulat Peano sebenarnya benar ketika unsur primitif dipahami dalam arti sekedar sebagai kebiasaan. Jika definisi di sini ditandai secara hati-hati dan ditulis yaitu bahwa hal ini merupakan salah satu kasus di mana teknik-teknik simbolik, atau matematika, dan logika membuktikan bahwa definiens dari setiap satu dari mereka secara eksklusif mengandung istilah dari bidang logika murni.

Hempel, CG, 2001, menyatakan bahwa sistem mandiri yang stabil tentang prinsip dasar adalah ciri khas dari teori matematika; model matematika dari beberapa proses alami atau perangkat teknis pada dasarnya adalah sebuah model yang yang stabil tentang yang dapat diselidiki secara independen dari "aslinya "dan, dengan demikian, kemiripan model dan" asli "hanya menjadi terbatas, hanya model tersebut dapat diselidiki oleh matematikawan. Hempel berpikir bahwa setiap upaya untuk menyempurnakan model yaitu untuk mengubah definisi untuk mendapatkan kesamaan lebih dengan "asli", mengarah ke model baru yang harus tetap stabil, untuk memungkinkan penyelidikan matematika, dengan itu, teori-teori matematika adalah bagian dari ilmu kita yang bisa secara terus melakukannya jika kita bangun. Hempel menyatakan bahwa model matematika tidak terikat dengan ke "aslian" sumbernya; akan tetapi terlihat bahwa beberapa model dibangun dengan buruk, dalam arti korespondensi untuk "aslian" sumber mereka, namun yang matematikawan investigasi berlangsung dengan sukses. Menurut dia, sejak model matematis didefinisikan dengan tepat, "tidak perlu lagi " "keaslian" nya sumber lagi. Satu dapat mengubah model atau memperoleh beberapa model baru tidak hanya untuk kepentingan korespondensi dengan sumber "asli", tetapi juga untuk percobaan belaka. Dengan cara ini orang dapat memperoleh berbagai model dengan mudah yang tidak memiliki "sumber asli" nya, yaitu sebuah cabang matematika yang telah dikembangkan yang tidak memiliki dan tidak dapat memiliki aplikasi untuk masalah yang nyata.

Hempel, CG, 2001, mencatat bahwa, dalam matematika, teorema dari teori apapun terdiri dari dua bagian - premis dan kesimpulan, karena itu, kesimpulan dari teorema berasal tidak hanya dari himpunan aksioma, tetapi juga dari premis yang khusus untuk teorema tertentu; dan premis ini bukan perpanjangan dari sistemnya. Dia menyadari bahwa teori-teori matematika yang terbuka untuk gagasan-gagasan baru, dengan demikian, di Kalkulus setelah konsep kontinuitas terhubung maka berikut diperkenalkan: titik diskontinyu, kontinuitas, kondisi Lipschitz, dll dan semua ini tidak bertentangan dengan tesis tentang karakter aksioma, prinsip dan aturan inferensi, namun tidak memungkinkan "matematika bekerja" dengan menganggap teori-teori matematika sebagai yang sesuatu tetap. Kemerling, G., 2002, menjelaskan bahwa pada pergantian abad kedua puluh, filsuf mulai mencurahkan perhatian terhadap dasar-dasar sistem logis dan matematis, karena dua ribuan tahun logika Aristotelian tampak penjelasan yang lengkap dan final dari akal manusia, namun geometri Euclid juga tampaknya aman, sampai Lobachevsky dan Riemann menunjukkan bahwa konsepsi alternatif tidak hanya mungkin tetapi berguna dalam banyak aplikasi. Dia menyatakan bahwa upaya-upaya serupa untuk berpikir ulang struktur logika mulai akhir abad kesembilan belas di mana John Stuart Mill mencoba untuk mengembangkan sebuah rekening komprehensif pemikiran manusia yang difokuskan pada induktif daripada penalaran deduktif; bahkan penalaran matematika, John Stuart Mill seharusnya, dapat didasarkan pada pengamatan empiris. Kemerling summep up yang banyak filsuf dan matematikawan Namun, mengambil pendekatan yang berbeda.

Ia menjelaskan bahwa Logika adalah studi tentang kebenaran yang diperlukan dan metode sistematis untuk mengekspresikan dengan jelas dan rigourously menunjukkan kebenaran tersebut; logicism adalah teori filsafat tentang status kebenaran matematika, yakni, bahwa mereka secara logis diperlukan atau analitik. Disarankan bahwa untuk memahami logika pertama-tama perlu untuk memahami perbedaan penting antara proposisi kontingen, yang mungkin atau mungkin tidak benar, dan proposisi perlu, yang tidak bisa salah; logika adalah bukti untuk membangun, yang memberikan kita konfirmasi yang dapat diandalkan kebenaran proposisi terbukti. Logika dapat didefinisikan sebagai bersangkutan dengan metode untuk penalaran. Sistem logical kemudian formalisations satu metode yang tepat dan kebenaran logis adalah mereka dibuktikan dengan metode yang benar. Kebenaran-kebenaran matematika karena itu kontingen, namun untuk logicism, kebenaran matematika adalah sama dalam semua kemungkinan dunia, karena mereka tidak tergantung pada keberadaan himpunan, hanya pada konsistensi anggapan bahwa himpunan yang dibutuhkan ada; sejak benar dalam himpunaniap dunia yang mungkin, matematika harus logis diperlukan.

Shapiro, S., 2000, bersikeras bahwa, logika adalah cabang kedua matematika dan cabang filsafat; bahasa formal, sistem deduktif, dan model-teori semantik adalah objek matematika dan, dengan demikian, ahli logika yang tertarik pada mereka matematika sifat dan hubungan. Menurut Shapiro, logika adalah studi tentang penalaran yang benar, dan penalaran merupakan kegiatan, epistemis mental, dan karena itu menimbulkan pertanyaan mengenai relevansi filosofis aspek matematis dari logika; bagaimana deducibility dan validitas, sebagai properti bahasa formal, berhubungan dengan penalaran yang benar, apa hasil matematika dilaporkan di bawah ini ada hubungannya dengan masalah filosofis asli. Beberapa filsuf menyatakan bahwa kalimat deklaratif bahasa alam telah mendasari bentuk logis dan bahwa bentuk-bentuk yang ditampilkan oleh formula bahasa formal. WVO Quine menyatakan bahwa bahasa alam harus teratur, dibersihkan untuk pekerjaan ilmiah dan metafisik yang serius, salah sesuatu yg diinginkan perusahaan adalah bahwa struktur logis dalam bahasa diperintah harus transparan. Oleh karena itu, bahasa formal adalah model matematika dari bahasa alami, sebuah bahasa formal menampilkan fitur tertentu dari bahasa alam, atau idealisasi dari padanya, sementara mengabaikan atau menyederhanakan fitur lainnya. Shapiro menyatakan bahwa tujuan dari model matematika adalah untuk menjelaskan apa yang mereka model, tanpa mengklaim bahwa model tersebut akurat dalam semua hal atau bahwa model harus mengganti apa itu model.

Kemerling, G. 2002, menjelaskan bahwa titik puncak dari pendekatan baru untuk logika terletak pada kapasitasnya untuk menerangi sifat penalaran matematika, sedangkan kaum idealis berusaha untuk mengungkapkan hubungan internal dari realitas absolut dan pragmatis ditawarkan untuk memperhitungkan manusia Permintaan sebagai pola longgar investigasi, ahli logika baru berharap untuk menunjukkan bahwa hubungan paling signifikan antara dapat dipahami sebagai murni formal dan eksternal. Kemerling mencatat bahwa matematikawan seperti Richard Dedekind menyadari bahwa atas dasar ini dimungkinkan untuk membangun matematika tegas dengan alasan logis, sedangkan Giuseppe Peano telah menunjukkan pada 1889 bahwa semua aritmatika dapat dikurangi ke sistem aksiomatis dengan hati-hati dibatasi himpunan awal mendalilkan . Pada sisi lain, Frege segera berusaha untuk mengekspresikan mendalilkan dalam notasi simbolik temuannya sendiri, dan dengan 1913, Russell dan Whitehead telah menyelesaikanmonumental Principia Mathematica (1913), dengan tiga volume besar untuk bergerak dari sebuah aksioma logis saja melalui definisi nomor bukti bahwa "1 + 1 = 2." Kemerling menyatakan bahwa meskipun karya Gödel dibuat menghapus keterbatasan dari pendekatan ini, signifikansi bagi pemahaman kita tentang logika dan matematika tetap undimmed.

Pietroski, P., 2002, bersikeras yang menarik bagi bentuk logis muncul dalam konteks upaya untuk mengatakan lebih banyak tentang perbedaan antara kesimpulan intuitif sempurna, yang mengundang metafora keamanan dan kedekatan, dan kesimpulan yang melibatkan risiko tergelincir dari kebenaran kepalsuan . Dia menyatakan bahwa pemikiran kuno adalah bahwa kesimpulan tanpa cela menunjukkan pola yang dapat dicirikan oleh skema abstrak dari isi tertentu dari tempat tertentu dan kesimpulan, dengan demikian mengungkapkan bentuk umum bersama banyak kesimpulan sempurna lainnya; bentuk seperti, bersama dengan kesimpulan bahwa contoh mereka, dikatakan valid. Pietroski diuraikan kesimpulan Stoik mencerminkan bentuk abstrak: jika pertama kemudian yang kedua, dan yang pertama, maka yang kedua. Oleh karena itu, Stoik dirumuskan yaitu skemata lain yang valid. Jika pertama kemudian yang kedua, tetapi tidak yang kedua, jadi bukan yang pertama; Entah pertama atau kedua, tetapi tidak yang kedua, jadi yang pertama, dan tidak baik yang pertama dan kedua, tapi yang pertama, sehingga tidak yang kedua .

Pietroski, P., 2002, menyatakan bahwa formulasi skema logis memerlukan variabel dalam proposisi; proposisi adalah istilah seni untuk apapun variabel di atas direpresentasikan dalam berbagai berani lebih dan dengan demikian merupakan hal-hal yang bisa benar atau salah, sebab mereka adalah tempat potensial / yaitu kesimpulan. hal yang bisa mencari dalam kesimpulan yang valid. Dia mengatakan bahwa kesimpulan dapat menjadi proses mental dimana pemikir menarik kesimpulan dari beberapa tempat, atau proposisi pemikir akan menerima mungkin sementara atau hipotetis jika dia menerima lokasi dan kesimpulan, dengan satu proposisi ditunjuk sebagai konsekuensi dugaan orang lain. Dia mencatat bahwa tidak jelas bahwa semua kesimpulan sempurna adalah contoh dari beberapa bentuk yang valid, dan dengan demikian kesimpulan yang impeccability adalah karena bentuk proposisi-proposisi yang relevan, tetapi pikiran ini menjabat sebagai ideal untuk studi inferensi, himpunanidaknya sejak pengobatan Aristoteles tentang contoh seperti. Menurut dia, Aristoteles membahas berbagai kesimpulan tertentu, yang disebut silogisme, yaitu melibatkan quantificational proposisi. ditunjukkan dengan kata-kata seperti "setiap 'dan' beberapa”.

'.

Pietroski, P., 2002, menggunakan terminologi yang sedikit berbeda bahwa teoretikus lain memperlakukan semua elemen umum sebagai predikat, dan proposisi dengan struktur tertentu dan dikatakan memiliki bentuk kategoris sebagai berikut: subyek-kata kerja penghubung-predikat, dimana sebuah kata kerja penghubung, ditunjukkan dengan kata-kata seperti 'adalah' atau 'adalah', link subjek yang terdiri dari pembilang dan predikat untuk predikat, tetapi dengan merumuskan berbagai schemata inferensi Aristotelian, dengan analisis proposisi kompleks, infererences sempurna banyak yang terungkap sebagai kasus bentuk silogisme valid. Pietroski menyatakan bahwa para ahli logika abad pertengahan membahas hubungan logika untuk tata bahasa, ia membedakan bahwa bahasa yang diucapkan harus menutupi aspek-aspek tertentu dari struktur logis dan memiliki struktur; mereka terdiri, dengan cara yang sistematis, dari kata-kata; dan asumsi adalah bahwa kalimat mencerminkan aspek utama bentuk logis, termasuk subjek-predikat struktur. Dia mengakui bahwa menjelang akhir abad kedelapan belas, Kant bisa mengatakan tanpa berlebihan bahwa banyak logika mengikuti jalur tunggal sejak awal, dan bahwa sejak Aristoteles itu tidak harus menelusuri kembali satu langkah. Menurut dia, Kant mengatakan bahwa logika silogisme adalah untuk semua tampilan lengkap dan sempurna.

Hanya ada tiga istilah dalam silogisme, karena kedua istilah dalam kesimpulan sudah dalam premisnya, dan satu istilah umum bagi kedua premisnya. Ini mengarah pada definisi berikut: predikat dalam kesimpulan disebut suku utama, subjek dalam kesimpulan disebut suku kecil; istilah umum disebut term tengah, sedangkan premis yang mengandung istilah utama disebut premis utama; dan premis yang mengandung istilah minor disebut premis minor. Silogisme selalu ditulis premis mayor, premis minor, kesimpulan, melainkan terbatas pada argumen silogisme, dan tidak bisa menjelaskan kesimpulan umum yang melibatkan beberapa argumen. Hubungan dan identitas harus diperlakukan sebagai hubungan subjek-predikat, yang membuat pernyataan identitas matematika sulit untuk ditangani, dan tentu saja istilah tunggal dan proposisi tunggal.

Pietroski, P., 2002, menjelaskan bahwa dengan demikian, orang mungkin menduga bahwa ada relatif sedikit disimpulkan pola dasar, beberapa kesimpulan bisa mencerminkan transisi inheren menarik dalam pikiran; jelas bahwa para ahli logika berhak untuk mengambil aturan inferensi dari B 'jika A , dan A, maka B 'sebagai sesuatu yang aksiomatis, dan namun, berapa banyak aturan yang masuk akal dianggap sebagai fundamental dalam pengertian ini? Dia berpendapat bahwa keanggunan teoritis dan teori-teori yang mendukung penjelasan mendalam dengan asumsi tereduksi sedikit, dan geometri Euclid telah lama menyediakan model untuk bagaimana menyajikan obyek pengetahuan sebagai jaringan proposisi yang mengikuti dari aksioma dasar beberapa, dan untuk beberapa alasan, dasar pertanyaan memainkan peran penting dalam logika abad kesembilan belas dan matematika. Pietroski mengambil karya Boole dan lain-lain untuk menunjukkan bahwa kemajuan dalam hal ini adalah mungkin sehubungan dengan kesimpulan logika yang melibatkan variabel proposisional; namun silogisme tetap tidak dapat disatukan dan tidak lengkap, yang berhubungan dengan alasan lain dari gagalnya logika tradisional / tata bahasa.

Dalam pengembangan matematika modern, notasi Frege dirancang pertama yang cocok untuk membangun matematika formal. Notasi yang lebih presisi memungkinkan Russell untuk menemukan kelemahan dalam penalaran yang mereka dukung, yang dikenal sebagai paradoks Russell. Hal ini pada gilirannya mendorong perkembangan lebih lanjut dalam pemahaman kita tentang teori formal, khususnya, mereka menghasilkan axiomatization teori himpunan yang didukung oleh intuisi semantik yang merupakan iteratif konsepsi yang ditetapkan. Hal utama dari metode analisis logis formal adalah penggunaan model matematika untuk menjabarkan arti dari konsep yang dipertimbangkan; ini membawa unsur semantik ke latar depan dan mendorong pengakuan bahwa ketika kita ingin menggunakan bahasa secara tepat kita harus memilih arti yang tepat pula, dengan menganggap bahwa makna yang tepat yang bisa didapatkan dari preseden, dapat dilakukan.

Pada sisi lain, Kemerling, G., 2002, menyatakan bahwa William Hamilton menyarankan bahwa kuantifikasi predikat terkandung dalam proposisi kategoris tradisional mungkin mengizinkan interpretasi aljabar yang isinya merupakan pernyataan eksplisit dari identitas; pandangan ini didorong Augustus De Morgan yang mengusulkan ekspresi simbolis dari kopula sebagai hubungan logis murni, yang resmi mendapatkan fitur dalam konteks yang berbeda banyak. Dia mencatat bahwa Teorema De Morgan sama baiknya untuk himpunan irisan, himpunan gabungan, dan dalam logika dan disjungsi, De Morgan juga menjelajahi gagasan Laplace probabilitas sebagai derajat keyakinan rasional yang bisa jatuh antara kepastian sempurna dari kebenaran atau kepalsuan. Selanjutnya, Kemerling menjelaskan bahwa George Boole menyelesaikan transformasi ini dengan secara eksplisit dan menafsirkan logika kategoris dengan referensi himpunan dari hal-hal dimana logis / himpunan-teoritis / matematika relasi terus di antara kelas tersebut dapat dinyatakan setidaknya juga dalam "aljabar Boolean". Kemerling mencatat bahwa Leonhard Euler, dan John Venn menunjukkan, hubungan ini dapat direpresentasikan dalam diagram topografi, model fitur validitas yang formal;dan semua perkembangan ini mendorong para filsuf untuk memeriksa isomorfisma logika dan matematika lebih dekat.

Ia menjelaskan bahwa logika tradisional adalah istilah yang longgar untuk tradisi logis yang berasal dari Aristoteles dan banyak berubah sampai munculnya logika predikat modern di akhir abad kesembilan belas, dan asumsi mendasar dalam logika tradisional adalah bahwa proposisi terdiri dari dua istilah dan bahwa proses penalaran pada gilirannya dibangun dari proposisi; istilah adalah bagian dari mewakili sesuatu, tetapi yang tidak benar atau salah dalam dirinya sendiri; proposisi terdiri dari dua istilah, di mana satu istilah ditegaskan dan yang lainnya kebenaran atau kepalsuan; silogisme adalah kesimpulan yang salah satu proposisi berikut kebutuhan dari dua orang lain. Dalam logika , "proposisi" hanyalah sebuah bentuk bahasa: jenis kalimat tertentu, dalam subjek dan predikat digabungkan, sehingga untuk menyatakan sesuatu benar atau salah, itu bukan pikiran, atau entitas yang abstrak atau apapun; kata "propositio" berasal dari bahasa Latin, yang berarti premis pertama dari silogisme. Aristoteles menggunakan premis kata (protasis) sebagai kalimat yang menegaskan atau menyangkal satu hal lain sehingga premis juga merupakan bentuk kata-kata. Namun, dalam logika filsafat modern, sekarang berarti apa yang ditegaskan sebagai hasil dari mengucapkan kalimat, dan dianggap sebagai sesuatu yang aneh mental atau disengaja.

Kualitas proposisi adalah apakah itu positif atau negatif. Dengan demikian "setiap orang adalah fana" adalah ya, karena "fana" ditegaskan dari "manusia"; "Tidak ada pria abadi" adalah negatif, karena "abadi ditolak dari" manusia ", sedangkan, kuantitas proposisi adalah apakah itu universal atau tertentu.

Logika Aristoteles, juga dikenal sebagai silogisme, adalah jenis tertentu dari logika yang dibuat oleh Aristoteles, terutama dalam karya-karyanya Sebelum Analytics dan De Interpretatione, tetapi kemudian dikembangkan menjadi apa yang dikenal sebagai logika tradisional atau Logika Jangka. Aristoteles membuat 4 macam kalimat terukur, masing-masing yang mengandung subjek dan predikat: afirmatif yang universal yaitu S setiap P; yaitu negatif yang universal tidak S adalah P; yaitu afirmatif tertentu beberapa S adalah P, dan negatif tertentu tidak setiap S adalah P. Ada berbagai cara untuk menggabungkan kalimat tersebut ke dalam silogisme, keduanya valid dan tidak valid; di zaman abad pertengahan, logika Aristotelian diklasifikasikan setiap kemungkinan dan memberi mereka nama. Aristoteles juga mengakui bahwa setiap jenis memiliki kalimat, misalnya, kebenaran universal yang memerlukan sebuah afirmatif kebenaran afirmatif tertentu yang sesuai, serta kesalahan negatif yang sesuai negatif dan tertentu universal.

Moschovakis, J., 2002, bersikeras bahwa logika intuitionistic meliputi prinsip-prinsip penalaran logis yang digunakan oleh LEJ Brouwer dalam mengembangkan matematika intuitionistic nya, secara filosofis, intuitionism berbeda dari logicism dengan memperlakukan logika sebagai bagian dari matematika bukan sebagai dasar dari matematika ; dari finitism dengan memungkinkan penalaran tentang koleksi tak terbatas, dan dari Platonisme dengan melihat objek matematika sebagai konstruksi mental yang tanpa keberadaan yang ideal independen. Moschovakis menyatakan bahwa program formalis Hilbert, untuk membenarkan matematika klasik dengan mengurangi ke sistem formal yang konsistensi harus ditetapkan dengan cara finitistic, adalah saingan kontemporer paling ampuh untuk intuitionism Brouwer 's berkembang. Pada tahun 1912 Intuitionism dan Formalisme Brouwer dengan tepat memprediksikan bahwa setiap upaya untuk membuktikan konsistensi induksi lengkap tentang bilangan alam akan mengakibatkan lingkaran setan.

Banyak filsuf telah mengambil matematika menjadi paradigma pengetahuan, dan penalaran yang digunakan dalam mengikuti bukti matematika sering dianggap sebagai lambang pemikiran rasional, namun matematika juga merupakan sumber yang kaya masalah filosofis yang menjadi pusat epistemologi dan metafisika sejak awal filsafat Barat; di antara yang paling penting adalah sebagai berikut: bilangan nol dan entitas matematika lainnya ada secara independen dari kognisi manusia; Jika tidak maka bagaimana kita menjelaskan penerapan matematika yang luar biasa bagi ilmu pengetahuan dan urusan praktis?? Jika demikian maka apa hal yang mereka dan bagaimana kita bisa tahu tentang mereka;? Dan Apa hubungan antara matematika dan logika? (. Filsafat Matematika, http://Googlesearch) Pertanyaan pertama adalah pertanyaan metafisik dengan kedekatan dekat dengan pertanyaan tentang keberadaan entitas lain seperti universal, sifat dan nilai-nilai, sesuai dengan banyak filsuf, jika entitas tersebut ada maka mereka sehingga di luar ruang dan waktu, dan mereka tidak memiliki kekuatan kausal, mereka sering disebut abstrak dibandingkan dengan entitas beton.

Jika kita menerima keberadaan objek matematika abstrak maka epistemologi yang memadai matematika harus menjelaskan bagaimana kita bisa tahu tentang mereka, tentu saja, bukti tampaknya menjadi sumber utama pembenaran bagi proposisi matematika tetapi bukti bergantung pada aksioma dan pertanyaan tentang bagaimana kita bisa tahu kebenaran dari aksioma tetap. Hal ini biasanya berpikir bahwa kebenaran matematika adalah kebenaran yang diperlukan, bagaimana kemudian apakah mungkin bagi terbatas, makhluk fisik yang mendiami dunia yang kontingen memiliki pengetahuan tentang kebenaran tersebut? Dua pandangan yang luas secara baik yaitu mungkin kebenaran matematika dikenal dengan alasan, atau mereka dikenal oleh inferensi dari pengalaman sensorik. Pandangan rasionalis mantan diadopsi oleh Descartes dan Leibniz yang juga berpikir bahwa konsep-konsep matematika adalah bawaan, sedangkan Locke dan Hume himpunanuju bahwa kebenaran matematika dikenal oleh akal tapi mereka pikir semua konsep-konsep matematika yang diperoleh abstraksi dari pengalaman; dan Mill adalah seorang empiris lengkap tentang matematika dan memegang kedua bahwa konsep-konsep matematika berasal dari pengalaman dan juga bahwa kebenaran matematika adalah benar-benar generalisasi induktif dari pengalaman. Sementara itu, penemuan pada pertengahan abad kesembilan belas non-Euclidean geometri berarti bahwa filsuf dipaksa untuk menilai kembali status geometri Euclidean yang sebelumnya telah dianggap sebagai contoh Shinning pengetahuan tertentu di dunia, banyak mengambil keberadaan non konsisten -Euclidean geometri menjadi penentangan secara langsung dari kedua Mill dan filsafat Kant tentang matematika. Pada akhir abad kesembilan belas penyanyi telah ditemukan berbagai paradoks dalam teori kelas dan ada sesuatu krisis dalam dasar matematika.

Pada awal abad kedua puluh kita melihat kemajuan besar dalam matematika dan juga dalam logika matematika dan dasar matematika dan sebagian besar isu-isu fundamental dalam filsafat matematika dapat diakses oleh siapa saja yang akrab dengan geometri dan aritmatika dan yang telah memiliki pengalaman mengikuti matematika bukti. Namun, beberapa perkembangan filosofis paling penting dari abad kedua puluh itu dipicu oleh perkembangan yang mendalam yang terjadi dalam matematika dan logika, dan apresiasi yang tepat dari masalah ini hanya tersedia bagi seseorang yang memiliki pemahaman tentang teori himpunan dasar dan menengah logika. Untuk membahas falsafah matematika pada tingkat lanjutan yang benar-benar harus memeriksa gagasan yang mencakup bukti dari teorema ketidaklengkapan Gödel 's serta membaca tentang berbagai topik dalam filsafat matematika. Nikulin, D., 2004, menjelaskan bahwa para ilmuwan kuno dan filsuf yang mengikuti program Platonis-Pythagoras, dirasakan bahwa matematika dan metode yang dapat digunakan untuk menggambarkan alam. Menurut Plato, matematika dapat memberikan pengetahuan tentang engsel yang tidak bisa sebaliknya dan karena itu tidak ada hubungannya dengan hal-hal fisik pernah lancar, tentang yang hanya ada pendapat yang mungkin benar. Nikulin menyatakan bahwa Platonis hati-hati membedakan antara aritmetika dan geometri dalam matematika itu sendiri, sebuah rekonstruksi teori Plotinus 'dari nomor, yang mencakup pembagian Plato an dari angka ke substansial dan kuantitatif, menunjukkan bahwa angka yang terstruktur dan dipahami bertentangan dengan entitas geometris. Secara khusus, angka ini dibentuk sebagai kesatuan sintetis terpisahkan, unit diskrit, sedangkan objek geometris yang terus menerus dan tidak terdiri dari bagian tak terpisahkan.

Nikulin, D., 2004, menemukan bahwa Platonis dianggap bahwa obyek matematika dianggap entitas intermediate antara hal-hal fisik (obyek) dan niskala, hanya masuk akal, entitas (pengertian). Menurut dia, dalam tradisi Platonis, kecerdasan, dilihat dari kategori kehidupan, mampu hamil prinsip pertama; ditafsirkan sebagai dan aktualitas murni, intelek selanjutnya disajikan melalui perbedaan antara pikiran sebagai berpikir dan berpikir sebagai masuk akal , sebagai objek pemikiran yang ada dalam komunikasi terganggu; pada pemikiran, bertentangan diskursif, pada dasarnya terlibat dalam argumentasi matematis dan logis, tidak lengkap dan hanya parsial. terus menerus dan tidak terdiri dari bagian tak terpisahkan. Nikulin menunjukkan bahwa untuk Platonis alasan diskursif melakukan kegiatannya di sejumlah langkah berurutan dilakukan, karena, tidak seperti intelek, tidak mampu mewakili obyek pemikiran secara keseluruhan dan kompleksitas yang unik dan dengan demikian harus memahami bagian objek dengan sebagian, dalam urutan tertentu. Sementara, Folkerts, M., 2004, menunjukkan bahwa Platonis percaya bahwa realitas abstrak adalah kenyataan. Dengan demikian, mereka tidak memiliki masalah dengan kebenaran karena objek di bagian ideal matematika memiliki sifat. Sebaliknya Platonis memiliki masalah epistemologis - seseorang dapat memiliki pengetahuan tentang objek di bagian ideal matematika, mereka tidak dapat menimpa pada indera kita dengan cara apapun.

Ini mungkin bahwa selama bagian tengah abad ini ada didirikan untuk sementara waktu penasaran stand-off; saat ini baik logicism dan Formalisme ditahan telah gagal, hasil ketidaklengkapan Gödel 's telah ikut berperan dalam kedua kasus, tapi intuitionism tetap utuh , maka secara filosofis intuitionism menjadi hal utama. Hebat matematika di sisi lain, sepanjang mereka menganggap hal ini, mungkin tetap fomalist atau logicist dalam kecenderungan, dalam paruh kedua tekanan pada abad ini paradigma klasik telah berkembang dari beberapa sumber. Untuk perbedaan pendapat para filsuf telah ditambahkan perbedaan pendapat dari ahli matematika yang telah menemukan kesalahan dengan teori himpunan klasik sebagai sebuah yayasan, atau yang meragukan perlunya memiliki dasar sama sekali; ilmu komputer semakin teoritis telah memasuki arena ini, dan telah cenderung pengaruh radikal. (-----, 1997, Kategori Teori dan Dasar-dasar Matematika RBJ, http://www.rbjones.com/rbjpub/rbj.htm)

Istilah "dasar atau landasan matematika" kadang-kadang digunakan untuk bidang tertentu dari matematika itu sendiri, yaitu untuk logika matematika, teori himpunan aksiomatik, teori bukti dan teori model; pencarian dasar matematika Adalah juga pertanyaan sentral dari filosofi matematika: atas dasar apa dapat laporan utama matematika disebut "benar"? Paradigma matematika saat ini dominan didasarkan pada teori himpunan aksiomatik dan logika formal; semua teorema matematika hari ini dapat dirumuskan sebagai teorema teori disusun; kebenaran pernyataan matematika, dalam pandangan ini, kemudian apa-apa kecuali klaim bahwa pernyataan itu dapat berasal dari aksioma teori himpunan menggunakan aturan logika formal. Namun, pendekatan formalistik tidak menjelaskan beberapa isu seperti mengapa kita harus menggunakan aksioma yang kita lakukan dan bukan orang lain, mengapa kita harus menggunakan aturan logika yang kita lakukan dan bukan lainnya, mengapa "benar" pernyataan matematika tampaknya benar dalam dunia fisik; dimana Wigner disebut ini sebagai efektivitas yang tidak masuk akal matematika dalam ilmu fisika. -----, 1997, Dasar-dasar matematika Wikipedia, ensiklopedia bebas. http://en.wikipedia.org/wiki/GNU_FDL.

Kita mungkin mempertanyakan apakah mungkin bahwa semua pernyataan matematika, bahkan kontradiksi, dapat diturunkan dari aksioma-aksioma teori mengatur, apalagi, sebagai konsekuensi dari teorema ketidaklengkapan Gödel kedua, kita tidak pernah bisa yakin bahwa ini tidak terjadi. Selanjutnya, ia menjelaskan bahwa dalam realisme matematika, kadang-kadang disebut Platonisme, keberadaan dunia objek matematika independen dari manusia ini mendalilkan; kebenaran tentang obyek ditemukan oleh manusia, dalam pandangan ini, hukum alam dan hukum-hukum matematika memiliki status yang sama, dan "efektivitas" berhenti menjadi "masuk akal" dan tidak aksioma kita, tetapi dunia yang sangat nyata dari objek matematika membentuk yayasan. Ia menjelaskan bahwa pertanyaan yang jelas, kemudian, adalah: bagaimana kita mengakses dunia ini, beberapa teori modern dalam filsafat matematika menyangkal keberadaan yayasan dalam arti asli; beberapa teori cenderung berfokus pada praktek matematika, dan bertujuan untuk? menggambarkan dan menganalisis kerja aktual yang hebat matematika sebagai kelompok sosial, sedangkan, yang lain mencoba untuk menciptakan ilmu pengetahuan kognitif matematika, dengan fokus pada kognisi manusia sebagai asal dari keandalan matematika ketika diterapkan pada 'dunia nyata', dan karena itu, ini teori akan mengusulkan untuk menemukan dasar hanya dalam pemikiran manusia, tidak dalam 'tujuan' di luar konstruk. Singkatnya, masalah ini masih kontroversial. (-----, 1997, Dasar-dasar matematika Wikipedia, ensiklopedia bebas. Http://en.wikipedia.org/wiki/GNU_FDL)

Podnieks, K, 1992, berpendapat apakah matematika hanya sebuah ilmu pengetahuan abstrak dengan definisi yang ketat yang hanya masalah pembuktian dan kejam, atau tentang dunia fisik tapi kita harus belajar bagaimana menggunakan teori yang tepat tentang apa yang kita rasakan di yang kita perlu teori intuisi untuk memungkinkan kita untuk menjaga bagian infinitary matematika. Ia menunjukkan bahwa dalam matematika, ini, diakui bahwa masalah timbul karena kejelasan un-yang hebat matematika memiliki sekitar hubungan antara metode geometris dan metode numerik; metode geometris yang memungkinkan sangat kecil terlalu tidak tepat dan ini menyebabkan pengenalan aritmatika teknik untuk mempelajari analisis sangat kecil untuk memberikan kekakuan yang kembali ke ide-ide Pythagoras. Sementara Kalderon, ME, 2004, menyatakan bahwa untuk mengembalikan "standar Euclidean lama kekakuan" dengan memberikan bukti jelas klaim aritmatika yang memenuhi dua kondisi bahwa asumsi himpunaniap eksplisit dinyatakan, dan himpunaniap transisi inferensial adalah sesuai dengan aturan mengakui . Dia mengatakan bahwa dorongan baru dari kekakuan dalam geometri dan analisis yang telah menuai berbuah dengan mengungkapkan "batas berlaku" theorems penting, dengan membuat eksplisit prinsip-prinsip dapat disimpulkan bahwa secara implisit memandu penilaian kita kita dapat sampai pada metode umum pembentukan konsep yang dapat membantu kita untuk memecahkan pertanyaan matematika terbuka. Kalderon mengklaim bahwa dengan mengurangi jumlah penilaian yang diterima tanpa bukti kita mencapai ekonomi teoritis yang berharga, bahkan jika kebenaran adalah jelas masih merupakan muka matematis untuk membuktikannya.

Kalderon, ME, 2004, berpendapat apakah titik proyek Frege untuk membuktikan yang sudah jelas atau tidak, apa adalah status epistemologis kebenaran matematika;? Mereka analitik apriori, sintetik apriori, atau sintetik aposteriori;? Dan bagaimana adalah angka yang diberikan kepada kami; bagaimana media Kant sensibilitas dan menengah Frege nalar? Menurut dia, keputusan matematika adalah analitik hanya dalam kasus konsep subjek berisi konsep predikat, dan penilaian matematika adalah analitik hanya dalam kasus penolakan adalah kontradiksi-diri. Menurut Kalderon, Kant menganggap konsep sebagai melibatkan check list fitur, konsep empiris adalah konsep macam hal encounterable dalam pengalaman mana untuk menjadi jenis yang relevan dari hal adalah memiliki fitur secara empiris dapat diamati, F1, F2, ..., Fn, yang secara logis independen, karena itu, penghakiman adalah analitik hanya dalam kasus daftar fitur yang berhubungan dengan konsep predikat adalah bagian dari daftar fitur yang berhubungan dengan konsep subjek. Kalderon mencatat bahwa Kant menulis seolah-olah konsep selalu konsep khusus encounterable; ia tidak membuat tunjangan untuk konsep relasional atau untuk konsep hal yang tidak teramati dan fitur pada daftar tersebut yang seharusnya secara logis independen, tetapi tidak semua konsep empiris sesuai pola ini dan tidak semua konsep memiliki daftar fitur.

Kant, 1787, berpendapat bahwa matematika adalah produk murni alasan, dan terlebih lagi adalah benar-benar kimis, ia menemukan bahwa semua kognisi matematika memiliki keganjilan ini dan pertama kali harus menunjukkan konsep dalam intuisi visual dan memang apriori, oleh karena itu dalam intuisi yang tidak empiris, tetapi murni; tanpa ini, matematika tidak dapat mengambil satu langkah, oleh karena keputusan-keputusannya selalu visual, yaitu, intuitif;. sedangkan filsafat harus puas dengan penilaian diskursif dari konsep-konsep belaka, dan meskipun mungkin menggambarkan doktrin-doktrinnya melalui sosok visual, tidak pernah dapat memperoleh mereka dari itu. Di sisi lain, Kant mengklaim bahwa intuisi empiris memungkinkan kita tanpa kesulitan untuk memperbesar konsep yang kita bingkai dari suatu obyek dari intuisi, dengan predikat baru, yang intuisi itu sendiri menyajikan secara sintetis dalam pengalaman, sedangkan intuisi murni melakukannya juga, hanya dengan perbedaan ini , bahwa dalam kasus terakhir penghakiman kimis adalah apriori tertentu dan apodeictical, dalam, mantan hanya posteriori dan empiris tertentu; karena yang terakhir ini hanya berisi apa yang terjadi pada intuisi empiris kontingen, tetapi yang pertama, yang tentu harus ditemukan dalam intuisi murni. Menurut Kant, karena intuisi adalah suatu representasi sebagai segera tergantung pada keberadaan objek, tampaknya tidak mungkin untuk intuisi dari awal apriori, karena intuisi akan dalam acara yang berlangsung tanpa baik mantan atau benda hadir untuk merujuk untuk, dan oleh konsekuensi tidak bisa intuisi.

Selanjutnya, Kant, 1787, berpendapat bahwa intuisi matematika murni yang meletakkan pada dasar dari semua kognisi dan penilaian yang muncul sekaligus apodiktis dan diperlukan adalah Ruang dan Waktu, karena matematika harus terlebih dahulu memiliki semua konsep dalam intuisi, dan matematika murni intuisi murni, maka, matematika harus membangun mereka. Menurut Kant, Geometri didasarkan pada intuisi murni ruang, dan, aritmatika menyelesaikan konsep angka dengan penambahan berurutan dari unit dalam waktu; dan mekanik murni terutama tidak dapat mencapai konsep gerak tanpa menggunakan representasi waktu. Kant menyimpulkan bahwa matematika murni, sebagai kognisi kimis apriori, hanya mungkin dengan mengacu ada benda selain yang indra, di mana, di dasar intuisi empiris mereka terletak sebuah intuisi murni (ruang dan waktu) yang apriori. Kant menggambarkan bahwa dalam prosedur biasa dan perlu geometers, semua bukti kesesuaian lengkap dari dua angka yang diberikan akhirnya datang ini bahwa mereka mungkin dibuat bertepatan; yang ternyata tidak lain proposisi kimis beristirahat pada intuisi langsung, dan intuisi ini harus murni, atau diberikan secara apriori, jika proposisi tidak dapat peringkat sebagai apodictically tertentu, tetapi akan memiliki kepastian empiris saja. Kant selanjutnya menyimpulkan bahwa dasar matematika sebenarnya intuisi murni, sedangkan deduksi transendental tentang konsep-konsep ruang dan waktu menjelaskan, pada saat yang sama, kemungkinan matematika murni.

Kant, 1787, menyatakan bahwa penilaian Matematika semua kimis dan ia berpendapat bahwa fakta ini tampaknya sampai sekarang telah sama sekali lolos dari pengamatan mereka yang telah dianalisis akal manusia; bahkan tampaknya langsung menentang semua dugaan mereka, meskipun tak diragukan tertentu, dan yang paling penting dalam konsekuensinya. Lebih lanjut ia menyatakan bahwa untuk saat ditemukan bahwa kesimpulan yang hebat matematika semua berjalan sesuai hukum kontradiksi seperti yang dituntut oleh semua kepastian apodiktis, pria meyakinkan dirinya sendiri bahwa prinsip-prinsip dasar yang dikenal dari hukum yang sama. "Ini adalah kesalahan besar", katanya. Dia kemudian menyampaikan alasan bahwa untuk proposisi sintetis memang bisa dipahami menurut hukum kontradiksi, tetapi hanya dengan mengandaikan lain proposisi sintetis dari yang berikut, tetapi tidak pernah dalam dirinya sendiri. Kant mengemukakan bahwa semua prinsip-prinsip geometri tidak kurang analitis, ia mengklaim bahwa atribut sesak karena itu sama sekali tambahan, dan tidak dapat diperoleh oleh himpunaniap analisis konsep, dan visualisasi yang harus datang untuk membantu kita, dan oleh karena itu saja membuat sintesis mungkin. Kant berusaha untuk menunjukkan bahwa dalam kasus proposisi identik, sebagai metode Rangkaian, dan bukan sebagai prinsip, e. g., a = a, keseluruhan adalah sama dengan dirinya, atau a + b> a, keseluruhan lebih besar dari bagiannya dan menyatakan bahwa meskipun mereka diakui sebagai sah dari konsep-konsep belaka, mereka hanya diperkenankan dalam matematika, karena mereka dapat direpresentasikan dalam bentuk visual.

Kalderon, ME, 2004, terpapar bahwa penilaian analitik adalah mereka yang menyangkal adalah kontradiksi-diri, dan karakterisasi ini adalah hanya sebagai baik sebagai logika dasar, tetapi Kant masih menerima logika lama yang diwarisi dari Aristoteles. Selanjutnya, Kalderon mengklaim bahwa karakterisasi penahanan konseptual hanya berlaku untuk penilaian afirmatif universal, yaitu, penilaian dari bentuk "Semua Sebagaimana B.", Dan karakterisasi logis memiliki jangkauan yang lebih luas penerapannya karena tidak terbatas pada afirmatif yang universal penilaian. Kalderon berpendapat bahwa reconstrual Frege dari gagasan Kant tentang analyticity sekaligus menyelesaikan kesulitan dan menyatukan karakterisasi yang berbeda; kebenaran adalah analitik hanya dalam kasus itu bisa diubah menjadi sebuah kebenaran logis oleh substitusi sinonim untuk sinonim, sementara kebenaran logis adalah kebenaran yang dapat dibuktikan dari logika saja. Kalderon mengklaim bahwa penolakan sebuah kebenaran logis adalah kontradiksi-diri, sehingga karakterisasi Frege adalah himpunania dengan semangat karakterisasi logis; bahwa kebenaran logis tiba di melalui substitusi sinonim untuk sinonim explicates metafora Kant penahanan konseptual. Kalderon lebih lanjut menegaskan bahwa sedangkan Kant mengklaim bahwa penilaian analitik tidak bisa memperpanjang klaim Frege pengetahuan yang mereka bisa; menurut Frege, perbedaan ini disebabkan konsepsi miskin Kant tentang pembentukan konsep diberikan kehimpunaniaan kepada logika lama.

Kalderon, ME, 2004, bersikeras bahwa konsep-konsep baru yang didapat dengan operasi persimpangan dan inklusi, dan diberikan logika tua, membentuk konsep baru selalu masalah pemanfaatan batas-batas wilayah yang ditetapkan oleh konsep antecedently diberikan; dan Frege mempertahankan bahwa, mengingat logika barunya, ada kemungkinan menggambar batas-batas baru. Namun, mendefinisikan konsep-konsep baru dengan cara ini lisensi kita untuk menarik kesimpulan bahwa kami tidak berlisensi untuk menarik sebelumnya, sehingga memperluas pengetahuan kita. Kalderon menyatakan bahwa S kebenaran apriori hanya jika terdapat bukti dari S yang tidak bergantung pada fakta-fakta dasar tentang objek tertentu, yaitu, kalau-kalau terdapat himpunanidaknya satu bukti S yang hanya melibatkan kebenaran umum sebagai tempat. Menurut Kalderon, Frege tampaknya telah memberikan karakterisasi logis dari apa yang sebelumnya telah ditafsirkan sebagai gagasan epistemologis; Frege dirasakan bahwa pengetahuan aposteriori tergantung pada pengalaman untuk pembenaran, dan itu hanya informatif jika pengalaman dapat ditentukan secara independen dari peran normatif . Kalderon mengklaim bahwa dasar matematika adalah terutama karya matematika meskipun karakter informal. Dia mencatat bahwa Frege hanya menjawab pertanyaan filosofis konfigurasi ulang oleh mereka untuk memiliki jawaban matematika, dan motivasi matematika Frege yang tidak asli menurut standar akhir matematika abad ke-19 dan mungkin kebenaran adalah suatu tempat di antara.

Kalderon, ME, 2004, menyatakan bahwa aritmetika adalah analitik apriori; menjadi analitik, kebenaran aritmatika harus ditransformasikan ke dalam kebenaran logis oleh substitusi sinonim untuk sinonim, dan untuk bersikap apriori, kebenaran aritmatika harus memiliki himpunanidaknya satu bukti dari tempat murni umum. Kalderon menyatakan bahwa Frege harus melaksanakan proyek matematika untuk menentukan apa aritmatika sejauh dapat dibuktikan dari logika dan definisi saja. Di sisi lain, dalam kaitannya dengan motivasi matematika, Kalderon bersikeras bahwa menemukan bukti mana bukti tersedia selalu kemajuan matematika bahkan jika batas-batas keabsahan teorema benar-benar jelas dan teorema secara universal dianggap sebagai jelas. Menurut Kalderon, dalam mengungkap dependensi logis antara pemikiran ilmu hitung, satu secara eksplisit mengartikulasikan konten mereka sehingga memperjelas materi pelajaran aritmatika; untuk dibenarkan dalam pendapat matematika seseorang adalah untuk membawa mereka sejalan dengan urutan ketergantungan objektivitas antara pemikiran ilmu hitung diungkapkan oleh bukti matematis, karena itu, menemukan bukti mana bukti yang tersedia adalah kemajuan matematika sejauh pembenaran pendapat matematika tergantung di atasnya, yang pertama tergantung pada klaim filosofis tentang konten, yang kedua tergantung pada klaim filosofis tentang pembenaran. Selanjutnya, Kalderon, ME, 2004, berpendapat bahwa kasus Frege untuk klaim bahwa aritmatika adalah analitik apriori memiliki tiga komponen yang merupakan argumen positif tunggal, sanggahan alternatif yang masih ada, yakni argumen terhadap Kant, dan definisi dan sketsa bukti Frege kasus di mana hanya akan selesai ketika definisi dan sketsa bukti secara formal dilaksanakan dalam bahasa Begriffsschrift. Menurut Frege, kebenaran aritmatika mengatur semua yang dpt dihitung, ini adalah domain terluas dari semua, karena untuk itu milik tidak hanya yang sebenarnya, tidak hanya intuitable, tapi masuk akal semuanya.

Brouwer kemudian mengembangkan teori himpunan dan teori pengukuran serta teori fungsi, tanpa menggunakan prinsip dikecualikan tengah, ia adalah yang pertama untuk membangun sebuah teori matematika menggunakan logika selain yang biasanya diterima. (Http://home.mira.net/ ~ andy / karya / value.htm). Jadi, dia dikenal sebagai intuinists yang mengusulkan falsafah matematika tanpa dasar, sedangkan Kant sort untuk aritmatika dasar dalam pengalaman waktu dan geometri dalam pengalaman ruang, Brouwer mencoba untuk memperhitungkan semua matematika dalam hal intuisi yaitu sadar pengalaman waktu. Intuitionism bentrok dengan matematika klasik sejauh Brouwer menyatakan bahwa tidak ada kebenaran di luar pengalaman, dan karenanya bahwa hukum tengah dikecualikan tidak dapat diterapkan pada semua pernyataan matematika yaitu di bagian infinitary tertentu matematika adalah tak tentu berkaitan dengan beberapa sifat .

Bridges, D., 1997, menunjukkan bahwa dalam filsafat Brouwer 's, matematika adalah ciptaan bebas dari pikiran manusia, dan objek ada jika dan hanya jika dapat dibangun mental. Podnieks, K., 1992, menunjukkan bahwa Hilbert pada tahun 1891 berhasil memproduksi terus menerus, namun tidak satu-ke-satu, pemetaan dari suatu segmen ke persegi panjang, dan disimpan gagasan dimensi dengan membuktikan bahwa Dedekind yang tepat yang terus menerus satu ke-satu korespondensi antara kontinum dari dimensionalities berbeda adalah mustahil. Podnieks, K., 1992, terkena pekerjaan Brouwer dari rangkaian hipotesa yang disebut, di mana dengan berbagai terbatas himpunan poin penyanyi menetapkan bahwa semua terbatas himpunan dia bisa menghasilkan, terbagi dalam dua kategori: himpunan dpt dihitung yaitu himpunan yang bisa dihitung dengan menggunakan bilangan asli dan himpunan yang himpunanara dengan seluruh kontinum yaitu himpunan semua bilangan real. Menurut Podnieks, penyanyi sendiri tidak dapat menghasilkan himpunan "kekuatan menengah", himpunan terhitung yaitu titik yang tidak himpunanara dengan seluruh kontinum, inilah mengapa ia menduga bahwa himpunan tersebut tidak ada dan dugaan ini dikenal sebagai kontinum hipotesis menurut Brouwer yang himpunaniap rangkaian tak terbatas poin baik adalah terhitung, atau himpunanara dengan seluruh kontinum.

Podnieks, K., 1992, bersikeras bahwa intuitionism memeluk dua teori filosofis penting yaitu Ajaran Brouwer yang benar adalah menjadi berpengalaman, apapun ada berawal pada pikiran sadar kita. Menurut Brouwer, obyek matematika bersifat abstrak, apriori, bentuk intuisi kita, Dia percaya bahwa pikiran hanya adalah miliknya sendiri, dan kurang peduli dengan antar-subjektivitas dari Immanuel Kant. Brouwer menolak klaim intuisi apriori ruang, melainkan ia berpikir matematika didasarkan sepenuhnya pada intuisi apriori waktu. Menurut Posy, Brouwer percaya bahwa struktur panduan waktu semua kegiatan sadar dan keberadaan non-Euclidean geometri melarang intuisi yang satu apriori ruang. Posy menjelaskan bahwa Brouwer harus merekonstruksi bagian-bagian tertentu dari matematika diberikan kendala sendiri. Program positif intuitionism adalah konstruksi matematika sebagai dibatasi oleh Teori Brouwer 's Kesadaran. Program negatif intuitionism berpendapat bahwa matematika standar sebenarnya salah atau paling tidak konsisten. Brouwer tidak berpendapat bahwa matematika standar tidak konsisten; argumennya didasarkan pada idealisme epistemologis nya. Brouwer membuat sedikit perbedaan antara Hilbert dan Platonis. Beberapa konstruksi Brouwer 's tergantung pada asumsi bahwa jika proposisi adalah benar, kita bisa mengetahui bahwa itu benar.

Godel, K., 1961, menyatakan bahwa matematika, berdasarkan sifatnya sebagai sebuah ilmu apriori, selalu telah, dalam dan dari dirinya sendiri dan, untuk alasan ini, telah lama bertahan semangat dari waktu yang telah memerintah sejak yaitu Renaissance, teori empiris matematika; matematika telah berkembang menjadi abstraksi yang lebih tinggi, jauh dari kejelasan materi dan untuk semakin besar di fondasinya misalnya, dengan memberikan landasan yang tepat dari kalkulus dan bilangan kompleks, dan dengan demikian, jauh dari sikap skeptis. Namun, sekitar pergantian abad, jam nya disambar antinomi teori himpunan, kontradiksi yang diduga muncul dalam matematika, yang penting itu dibesar-besarkan oleh scepticist dan empirisis dan yang dipekerjakan sebagai alasan untuk pergolakan ke kiri. Godel menyatakan bahwa, himpunanelah semua, apa kepentingan matematika adalah apa yang dapat dilakukan, dalam kebenaran, matematika menjadi ilmu empiris, jika kita membuktikan dari aksioma sewenang-wenang mendalilkan bahwa himpunaniap bilangan asli adalah jumlah dari empat kotak, tidak di semua mengikuti dengan pasti bahwa kita tidak akan pernah menemukan counter-contoh untuk teorema ini, karena aksioma kami bisa himpunanelah semua menjadi tidak konsisten, dan kita dapat mengatakan bahwa itu berikut dengan probabilitas tertentu, karena meskipun pemotongan banyak kontradiksi sejauh ini ditemukan. Menurut Godel, melalui konsepsi hipotetis matematika, banyak pertanyaan yang kehilangan bentuk apakah proposisi A terus atau tidak atau A atau ~ A.

Godel, K., 1961, berpendapat bahwa formalisme Hilbert mewakili baik dengan semangat waktu dan hakekat matematika di mana, di satu sisi, sesuai dengan ide-ide yang berlaku dalam filsafat dewasa ini, kebenaran dari aksioma dari mana matematika mulai keluar tidak dapat dibenarkan atau diakui dengan cara apapun, dan karena itu gambar konsekuensi dari mereka memiliki makna hanya dalam pengertian hipotesis, dimana ini gambar dari konsekuensi itu sendiri ditafsirkan sebagai permainan belaka dengan simbol menurut aturan tertentu, juga tidak didukung oleh wawasan. Lebih lanjut, Godel mengklaim bahwa bukti atas kebenaran suatu proposisi sebagai representability dari himpunaniap nomor sebagai jumlah dari empat kotak harus memberikan landasan yang aman untuk proposisi bahwa bahwa himpunaniap ya-atau-tidak tepat dirumuskan pertanyaan dalam matematika harus memiliki jelas -memotong jawaban yaitu satu bertujuan untuk membuktikan bahwa dari dua kalimat A dan ~ A, tepat satu selalu dapat diturunkan. Godel mengklaim bahwa tidak keduanya dapat diturunkan merupakan konsistensi, dan yang satu selalu bisa benar-benar diturunkan berarti bahwa pertanyaan matematika diungkapkan oleh A dapat tegas menjawab. Godel menyarankan bahwa jika seseorang ingin membenarkan dua pernyataan dengan kepastian matematika, bagian tertentu dari matematika harus diakui sebagai benar dalam arti filosofi kanan tua.

Godel, K., 1961, bersikeras bahwa jika kita membatasi diri dengan teori bilangan asli, adalah mustahil untuk menemukan sistem aksioma dan aturan formal di mana untuk himpunaniap proposisi nomor-teori A, A atau ~~~V A akan selalu diturunkan, dan untuk aksioma cukup komprehensif matematika, tidak mungkin untuk melaksanakan bukti konsistensi hanya dengan merefleksikan kombinasi beton simbol, tanpa memperkenalkan elemen yang lebih abstrak. Godel mengklaim bahwa kombinasi Hilbertian materialisme dan aspek matematika klasik terbukti mustahil. Godel mempertahankan bahwa hanya ada dua kemungkinan baik menyerah aspek kanan lama matematika atau upaya untuk menegakkan mereka dalam kontradiksi dengan semangat zaman, ia kemudian menyatakan bahwa:
Satu hanya menyerah aspek yang akan pemenuhan dalam hal apapun sangat diinginkan dan yang memiliki banyak untuk merekomendasikan diri mereka: yaitu, di satu sisi, untuk menjaga untuk matematika kepastian pengetahuan, dan di sisi lain, untuk menegakkan keyakinan bahwa untuk pertanyaan yang jelas yang ditimbulkan oleh alasan, alasan juga dapat menemukan jawaban yang jelas. Dan seperti yang perlu dicatat, salah satu menyerah aspek-aspek ini bukan karena hasil matematika dicapai memaksa seseorang untuk melakukannya tetapi karena itu adalah satu-satunya cara mungkin, meskipun hasil ini, untuk tetap sesuai dengan filosofi yang berlaku.

Godel, K., 1961, menegaskan bahwa kepastian matematika adalah harus diamankan tidak dengan membuktikan sifat tertentu dengan proyeksi ke sistem bahan yaitu manipulasi simbol-simbol fisik melainkan dengan mengembangkan atau memperdalam pengetahuan tentang konsep-konsep abstrak sendiri yang mengarah pada pengaturan dari sistem mekanik, dan selanjutnya dengan mencari, sesuai dengan prosedur yang sama, untuk memperoleh wawasan solvabilitas, dan metode aktual untuk solusi, dari semua masalah matematika yang bermakna. Namun, Godel bersikeras bahwa untuk memperluas pengetahuan kita tentang konsep-konsep abstrak, yaitu untuk membuat konsep-konsep diri yang tepat dan untuk mendapatkan wawasan yang komprehensif dan aman ke dalam hubungan mendasar yang hidup di antara mereka, yaitu, ke dalam aksioma yang terus bagi mereka, tidak oleh mencoba memberikan definisi eksplisit untuk konsep dan bukti untuk aksioma, karena untuk satu yang jelas perlu lainnya un-didefinisikan konsep-konsep abstrak dan aksioma induk mereka, jika tidak orang akan memiliki apa-apa dari mana orang bisa mendefinisikan atau membuktikan. Godel mengklaim bahwa prosedur itu harus terletak dalam klarifikasi makna yang tidak terdiri dalam memberikan definisi, ia menyatakan bahwa dalam pembentukan sistematis dari aksioma matematika, aksioma baru menjadi jelas dan sama sekali tidak dikecualikan oleh hasil negatif yang tetap himpunaniap jelas diajukan matematika ya atau ada pertanyaan dipecahkan dengan cara ini, karena hanya ini menjadi jelas aksioma lebih dan lebih baru atas dasar arti dari pengertian primitif bahwa mesin tidak dapat meniru.

Irvine, AD, 2003, menjelaskan bahwa logicism pertama kali dianjurkan pada abad ketujuh belas-an oleh Gottfried Leibniz. Kemudian, ide itu dipertahankan secara lebih rinci oleh

Frege Gottlob. Irnine menunjukkan bahwa selama gerakan kritis dimulai pada 1820-an, ahli matematika seperti Bernard Bolzano, Niels Abel, Louis Cauchy dan Karl Weierstrass berhasil menghilangkan banyak ketidakjelasan dan banyak kontradiksi yang ada dalam teori matematika dari hari mereka, dan oleh 1800-an, William Hamilton juga memperkenalkan pasangan teratur dari real sebagai langkah pertama dalam memasok secara logis untuk nomor kompleks. Irvine menunjukkan bahwa dalam banyak semangat yang sama, Karl Weierstrass, Richard Dedekind dan Georg Cantor memiliki juga semua metode dikembangkan untuk mendirikan irrationals dalam hal rationals, dan menggunakan karya HG Grassmann dan Richard Dedekind, Guiseppe Peano telah kemudian pergi untuk mengembangkan teori rationals berdasarkan axioms sekarang terkenal dengan alam nomor, serta demi hari Frege, secara umum diakui bahwa sebagian besar matematika bisa diturunkan dari satu himpunan yang relatif kecil dari gagasan primitif.

Logicism adalah doktrin bahwa Matematika adalah direduksi ke Logic. Tradisi analitik modern dimulai dengan karya Frege dan Russell untuk keduanya matematika adalah perhatian sentral. Sebagai logicists menyatakan bahwa pernyataan matematis, jika mereka benar sama sekali, adalah benar tentu, maka prinsip-prinsip logika juga biasanya dianggap kebenaran yang diperlukan, mungkin maka kebenaran matematika yang benar-benar kebenaran logis hanya rumit. Logicism adalah nama yang diberikan untuk program penelitian yang diprakarsai oleh Frege dan dikembangkan oleh Russell dan Whitehead tujuan yang adalah untuk menunjukkan bagaimana matematika direduksi menjadi logika. Frege mencoba untuk memberikan matematika dengan dasar yang logis suara, sayangnya Russel menemukan bahwa sistem Frege tidak konsisten; karya terkenal Russell pada teori jenis merupakan upaya untuk menghindari paradoks yang menimpa versi Frege dari logicism. (Filosofi Matematika, http://Googlesearch.). Moschovakis, JR, 1999, mengatakan bahwa logika intuitionistic meliputi prinsip-prinsip penalaran logis yang digunakan oleh LEJ Brouwer; filosofis, intuitionism berbeda dari logicism dengan memperlakukan logika sebagai bagian dari matematika bukan sebagai dasar dari matematika, dari finitism dengan memungkinkan (konstruktif) penalaran tentang koleksi tak terbatas, dan dari Platonisme dengan melihat objek matematika sebagai konstruksi mental yang tanpa keberadaan yang ideal independen. Moschovakis menyatakan bahwa program formalis Hilbert, untuk membenarkan matematika klasik dengan mengurangi ke sistem formal yang konsistensi harus ditetapkan dengan cara finitistic, adalah saingan kontemporer paling ampuh untuk intuitionism Brouwer 's berkembang; ia menolak formalisme semata tetapi mengakui kegunaan potensi merumuskan umum prinsip-prinsip logis mengekspresikan konstruksi intuitionistically benar, seperti modus ponens. Moschovakis menunjukkan bahwa sistem formal untuk logika proposisional dan predikat intuitionistic tersebut dikembangkan oleh Heyting [1930], Gentzen [1935] dan Kleene [1952]; dan terjemahan Gödel-Gentzen negatif ditafsirkan logika predikat klasik dalam subsistem intuitionistic nya. Dalam [1965] Kripke memberikan semantik terhadap yang logika predikat intuitionistic selesai.

Podnieks, K., 1992, mencatat bahwa menurut intuitionists, persamaan yang melibatkan operator numerik dasar seperti, terkait dengan empat kegiatan: menghasilkan angka, melihat dua dari mereka bersama-sama, dan mengenali mereka sama dengan ketiga, dan intuitionism standar Brouwer 's hanya membatasi kita untuk apa yang finitary dan menurut teori intuisionis, reductio ad absurdum bukti tidak diijinkan untuk membuktikan bahwa sesuatu itu ada meskipun mereka diterima untuk hasil negatif. Brouwer melihat bahwa himpunan algoritma dihitung adalah enumerable yaitu memiliki jumlah kardinal 0, sehingga kita tidak bisa membatasi angka nyata untuk himpunan ini, karena kemudian akan tidak memiliki sifat bahwa real terhitung miliki. Posy menunjukkan bahwa solusi Brouwer adalah generalisasi dari konsep algoritma atau aturan untuk memberikan jumlah tak terhitung algoritma untuk memberikan apa yang dibutuhkan untuk real itu adalah gagasan tentang urutan pilihan. Brouwer umum algoritma dengan melonggarkan persyaratan bahwa algoritma menjadi deterministik dan hasilnya adalah urutan di mana elemen berurutan dapat dipilih dari sekumpulan kandidat. Menurut Brouwer, urutan pilihan diberikan oleh aturan deterministik untuk memberikan beberapa elemen pertama, dan aturan tidak-selalu-deterministik untuk memilih elemen berikutnya. Posy bertanya-tanya apakah mereka adalah sama dan bertemu dengan bilangan real yang sama, dia mengatakan bahwa dia tidak dan tidak dapat mengetahui hal ini. Dengan demikian, menyebabkan kesimpulan bahwa beberapa pertanyaan penting tentang urutan pilihan tidak dijawab dalam jumlah waktu yang terbatas dan dengan demikian, tidak ada kebenaran tentang pertanyaan tentang kehimpunanaraan akhir dan kita bahkan tidak tahu apakah kita akan tahu menjawab dalam jumlah waktu yang terbatas. Posy menyimpulkan bahwa Brouwer harus himpunan ulang teori bertepatan dengan konstruksi yang lain di mana di bawah versinya menetapkan teori, perbedaan antara unsur satu himpunan dan himpunan sendiri kurang terdefinisi dengan baik.

Dalam hal geometri, Posy, C., 1992, menunjukkan bahwa Brouwer merasakan bahwa sifat ruang dianggap murni geometris dapat dinyatakan temporal sekali kita mengakui bahwa apa yang menjadi ciri struktur waktu adalah bahwa masa depan masih ragu-ragu. Menurut Posy, Brouwer percaya bahwa bagian-bagian yang ideal matematika terdiri dari objek yang sebenarnya diciptakan dalam pikiran. Di sisi lain, Brouwer mengakui bahwa ada masalah dengan urutan pilihan karena fakta bahwa sejumlah nyata diciptakan oleh tindakan pilihan tampaknya tidak tepat yang diperlukan tindakan manusia yang Brouwer tidak merasa itu harus dimasukkan dalam matematika . Namun, Brouwer telah memperkenalkan metode subjek menciptakan untuk menghasilkan bilangan real yang menyebabkan dia menjadi seorang matematikawan ideal, ia toke B, dan membagi penelitian ke tahap di mana pada himpunaniap tahap ada masalah matematika yang belum terpecahkan sebagai: (n) = ½ jika pada tahap n, B belum terbukti atau membantah masalah yang belum terpecahkan, (n) = jika pada tahap n, B telah memecahkan masalah. Brouwer mengatakan bahwa proses ini membentuk urutan yang adalah bilangan real dan tidak ada tindakan pilihan, namun ada prosedur otomatis, menangkap efek yang sama dengan urutan pilihan, tanpa memanfaatkan tindakan non-matematika pilihan. Posy disimpulkan bahwa metode ini tidak akan bekerja jika masalah belum terpecahkan diselesaikan, sehingga, agar metode subyek menciptakan menjadi metode yang dapat diterima, harus ada pasokan yang tak habis-habisnya masalah matematika yang tak terpecahkan. Brouwer percaya hal ini benar, namun Hilbert mengatakan bahwa tidak akan ada masalah yang tak terpecahkan pada prinsipnya, dimana Brouwer jelas bertentangan dengan pandangannya.

Menurut teori formalis, kita memiliki konsepsi sangat masuk akal pengetahuan objek dalam matematika nyata; sehubungan dengan matematika yang ideal, kita dapat memperoleh konsepsi dari objek melalui penggunaan sistem formal. Namun, kebenaran hanya bisa untuk bagian nyata dari matematika, tidak ada hal-hal sesuai dengan keyakinan kita di bagian yang ideal. Hal ini menghasilkan teori dualistik kebenaran - beberapa pemikiran yang benar melalui teori, hibrida buatan, sementara yang lain adalah benar melalui cara-cara normal (Folkerts, M., 2004). Formalisme terutama terkait dengan David Hilbert yang sering dicirikan sebagai pandangan bahwa logika dan matematika adalah permainan yang formal belaka dan memiliki legitimasi yang independen dari isi semantik dari formalisme, asalkan kita dapat diyakinkan dari konsistensi sistem formal. Program Hilbert untuk menyelesaikan paradoks adalah untuk mencari bukti konsistensi finitary untuk seluruh matematika klasik, ini biasanya diadakan untuk telah ditunjukkan mungkin oleh teorema ketidaklengkapan kedua Gödel, bagaimanapun unsur ketidakpastian tentang apa yang dimaksud dengan finitary membuat ini tidak mutlak konklusif. -----, 1997, Kategori Teori dan Dasar-dasar Matematika, RBJ, http://www.rbjones.com/rbjpub/rbj.htm.

Sementara itu, Folkerts, M., 2004, menunjukkan bahwa pada tahun 1920 Hilbert mengajukan proposal yang paling rinci untuk menetapkan validitas matematika; menurut teori bukti, semuanya akan dimasukkan ke dalam bentuk aksioma, memungkinkan aturan inferensi menjadi hanya logika dasar, dan hanya mereka kesimpulan yang bisa dicapai dari himpunan berhingga dari aksioma dan aturan inferensi itu harus diterima. Dia mengusulkan bahwa sebuah sistem yang memuaskan akan menjadi salah satu yang konsisten, lengkap, dan decidable; oleh Hilbert konsisten berarti bahwa itu harus mungkin untuk menurunkan kedua pernyataan dan negasinya; dengan lengkap, bahwa himpunaniap pernyataan yang ditulis dengan benar harus sedemikian rupa bahwa baik itu atau negasinya adalah diturunkan dari aksioma; oleh decidable, bahwa seseorang harus memiliki algoritma yang menentukan dari himpunaniap pernyataan yang diberikan apakah itu atau negasinya dapat dibuktikan. Menurut Hilbert, sistem seperti itu ada, misalnya, orde pertama predikat kalkulus, tapi tidak ada yang ditemukan mampu memungkinkan matematikawan untuk melakukan matematika yang menarik.

Hilbert, D., 1972, menunjukkan bahwa itu Brouwer menyatakan bahwa pernyataan eksistensi ada artinya dalam diri mereka kecuali mereka mengandung pembangunan objek menegaskan ada, adalah scrip tidak berharga, dan penggunaannya menyebabkan matematika untuk berubah menjadi sebuah permainan. Hilbert Brouwer mencatat urusan sehubungan dengan celaan bahwa matematika akan berubah menjadi sebuah permainan dengan mengklaim bahwa sumber teorema eksistensi murni adalah c-aksioma logis, di mana pada gilirannya pembangunan dari semua proposisi yang ideal tergantung, ia berpendapat sejauh dari permainan rumus dimungkinkan berhasil. Menurut Hilbert, permainan rumus memungkinkan kita untuk mengungkapkan isi pikiran-seluruh ilmu matematika dengan cara yang seragam dan mengembangkannya sedemikian rupa sehingga, pada saat yang sama, interkoneksi antara proposisi individu dan fakta menjadi jelas; untuk membuatnya menjadi kebutuhan universal yang himpunaniap rumus individu maka akan ditafsirkan dengan sendirinya tidak berarti wajar, sebaliknya, sebuah teori pada dasarnya adalah seperti yang kita tidak perlu untuk jatuh kembali pada intuisi atau makna di tengah-tengah beberapa argumen.

Hilbert, D., 1972, menyatakan bahwa nilai bukti keberadaan murni justru terdiri bahwa konstruksi individu dihilangkan oleh mereka dan bahwa konstruksi yang berbeda banyak yang digolongkan di bawah satu ide fundamental, sehingga hanya apa yang penting untuk membuktikan menonjol jelas ; singkatnya dan pemikiran ekonomi adalah raison d'etre dari bukti keberadaan, ia kemudian diberitahu bahwa teorema eksistensi murni telah menjadi landmark yang paling penting dalam sejarah perkembangan ilmu kita. Tapi pertimbangan tersebut tidak merepotkan intuisionis yang taat. Menurut Hilbert, permainan formula yang Brouwer begitu deprecates memiliki, selain nilai matematika, makna filosofis penting umum, karena ini permainan formula dilakukan sesuai dengan aturan yang pasti tertentu, di mana teknik pemikiran kita diungkapkan dan ini bentuk aturan sistem tertutup yang dapat ditemukan dan dinyatakan secara definitif. Hilbert menegaskan bahwa ide dasar dari teori bukti tidak lain adalah untuk menggambarkan aktivitas pemahaman kita, untuk membuat sebuah protokol aturan yang menurut pemikiran kita benar-benar hasil; menurut dia berpikir, begitu terjadi, sejajar berbicara dan menulis : kita bentuk pernyataan dan menempatkan mereka satu di belakang lain. Dia berargumen bahwa jika ada totalitas pengamatan dan fenomena layak untuk dijadikan obyek penelitian yang serius dan menyeluruh, inilah satu-karena, himpunanelah semua, itu adalah bagian dari tugas ilmu pengetahuan untuk membebaskan kita dari kesewenang-wenangan, sentimen, dan kebiasaan dan untuk melindungi kita dari subjektivisme yang sudah dibuat sendiri merasa di Kronecker pandangan dan, tampaknya dia, menemukan titik puncaknya dalam intuitionism.

Hilbert, D., 1972, bersikeras bahwa tantangan intuitionism yang paling tajam dan paling bersemangat adalah satu itu teman kencan di validitas prinsip dikecualikan tengah, misalnya, dalam kasus yang paling sederhana, pada validitas modus inferensi sesuai, yang , untuk himpunaniap pernyataan yang berisi nomor-teori variabel, baik pernyataan tersebut benar untuk semua nilai dari variabel atau terdapat nomor yang salah. Hilbert dirasakan bahwa prinsip dikecualikan tengah merupakan konsekuensi logis dari c-aksioma dan tidak pernah belum menyebabkan kesalahan sedikit pun, melainkan, apalagi, begitu jelas dan dipahami bahwa penyalahgunaan yang menghalangi. Menurut Hilbert, khususnya, prinsip dikecualikan tengah tidak disalahkan sedikit pun untuk terjadinya terkenal paradoks dari teori himpunan, melainkan paradoks ini adalah karena hanya untuk pengenalan gagasan dapat diterima dan tak berarti, yang secara otomatis dikeluarkan dari bukti teori saya. Hilbert menunjukkan bahwa Adanya bukti dilakukan dengan bantuan prinsip dikecualikan tengah biasanya sangat menarik karena singkatnya mengejutkan mereka dan keanggunan. Untuk Hilbert, mengambil prinsip tengah dikeluarkan dari matematika akan sama, proscribing teleskop untuk astronomi atau untuk petinju penggunaan tinjunya; untuk melarang pernyataan keberadaan dan prinsip dikecualikan tengah sama saja dengan melepaskan ilmu matematika sama sekali.

Hilbert, D., 1972, bersikeras bahwa jika kesimpulan logis adalah dapat diandalkan, harus dimungkinkan untuk survei obyek sepenuhnya dalam semua bagian mereka, dan fakta bahwa mereka terjadi, bahwa mereka berbeda satu sama lain, dan bahwa mereka mengikuti

himpunaniap lain, atau adalah concatenated, adalah langsung, diberikan secara intuitif, bersama dengan objek, adalah sesuatu yang tidak dapat dikurangi untuk hal lain juga memerlukan reduksi. Hilbert menyarankan bahwa dalam matematika kita mempertimbangkan tanda-tanda konkret sendiri, yang bentuknya, menurut konsepsi kita telah mengadopsi, segera, jelas dan dikenali, ini adalah sangat sedikit yang harus mensyaratkan, tidak ada pemikir ilmiah dapat membuang itu, dan karenanya himpunaniap orang harus mempertahankan itu, secara sadar, atau tidak.
Hilbert, D., 1972, mengakui bahwa sementara itu ada banyak kesalahan ditemukan dengan mereka, dan keberatan dari semua jenis sarang dibesarkan menentangnya, dan dirasakan bahwa semua kritikus ia dianggap hanya sebagai tidak adil karena dapat; ia mengklaim bahwa itu adalah bukti konsistensi yang menentukan lingkup efektif teori bukti dan secara umum merupakan inti; metode W. Ackermann memungkinkan perpanjangan diam. Dia menyatakan bahwa untuk dasar-dasar pendekatan analisis biasa Ackermann telah dikembangkan begitu jauh sehingga hanya tugas melaksanakan bukti murni matematis finiteness tetap. Hilbert kemudian menyimpulkan bahwa hasil akhir adalah bahwa matematika adalah ilmu pra-anggapan-kurang. Ia menegaskan bahwa untuk matematika ditemukan dia tidak perlu Tuhan atau asumsi fakultas khusus pemahaman kita selaras dengan prinsip induksi matematika Poincaré, atau intuisi primal Brouwer, atau, Russell dan aksioma Whitehead tak terhingga, reducibility, atau kelengkapan, yang sebenarnya adalah yang sebenarnya, menurut Hilbert, mereka contentual asumsi yang tidak dapat dikompensasikan dengan bukti konsistensi.

Folkerts, M., 2004, merasa terpengaruh oleh program Hilbert, menyatakan bahwa bagaimanapun, Formalisme tidak tidak akan berlangsung lama. Pada tahun 1931 ahli matematika kelahiran Austria Amerika dan ahli logika Kurt Gödel menunjukkan bahwa tidak ada sistem jenis Hilbert di mana bilangan bulat bisa didefinisikan dan yang konsisten dan lengkap. Kemudian Gödel dan, mandiri, ahli matematika Inggris Alan Turing menunjukkan decidability yang juga tak terjangkau. Disertasi Gödel terbukti kelengkapan orde pertama logika, bukti ini dikenal sebagai Teorema Kelengkapan Gödel 's. Gödel juga membuktikan bahwa Hilbert benar tentang asumsinya bahwa meta-matematika adalah bagian dari bagian nyata dari matematika; ia menggunakan nomor teori sebagai contoh yang sepenuhnya beton dan kemudian menunjukkan bagaimana menerjemahkan berbicara tentang simbol ke berbicara tentang angka. Gödel ditugaskan kode untuk himpunaniap simbol sedemikian rupa bahwa yang disebut Gödel-angka dikalikan bersama-sama mewakili formula, menetapkan formula, dan hal lainnya dan kemudian seseorang dapat berbicara tentang Gödel-nomor menggunakan nomor teori. Folkerts menunjukkan bahwa untuk membuat Gödel-nomor untuk pernyataan dalam sistem formal, terlebih dahulu kita harus menetapkan himpunaniap simbol bilangan bulat yang berbeda mulai dari satu, kemudian menetapkan himpunaniap posisi dalam laporan bilangan prima berturut-turut yaitu mulai dengan 3. Folkerts mencatat bahwa Gödel-nomor untuk pernyataan itu adalah produk dari bilangan prima dibawa ke kekuatan nomor yang ditetapkan ke simbol dalam posisi pernyataan; sejak nomor dua bukan merupakan faktor dari jumlah Gödel-untuk sebuah pernyataan, semua pernyataan 'Gödel-angka akan aneh. Folkerts menunjukkan bahwa Gödel-nomor untuk urutan laporan dibangun dengan mengalikan bilangan prima keluar berturut-turut, dimulai dengan, nomor dua dibawa ke kuasa nomor Gödel-pernyataan yang muncul pada posisi dalam daftar.

Folkerts, M., 2004, mencatat bahwa agar kita dapat memaknai teorema kita dapat menuliskan daftar kalimat yang merupakan bukti tentang hal itu, sehingga Teorema Gödel 's-nomor kalimat terakhir dalam bilangan genap Gödel dan ini mengurangi bukti theorems ke properti nomor-teori yang melibatkan Gödel-angka dan konsistensi dapat ditampilkan melalui nomor teori. Folkerts menunjukkan bahwa Gödel menunjukkan sesuatu yang bisa kita mewakili dalam sistem formal dari sejumlah teori adalah finitary. Gödel menunjukkan bahwa menurutnya jika S menjadi sistem formal untuk nomor teori dan jika S adalah konsisten, maka ada kalimat, G, seperti bahwa baik G maupun negasi dari G adalah Teorema dari S, dan dengan demikian, himpunaniap sistem formal memadai untuk menyatakan theorems dari nomor teori harus lengkap. Gödel menunjukkan bahwa S dapat membuktikan P (n) hanya dalam kasus n adalah Gödel-nomor yang Teorema dari S; maka di sana ada k, sehingga k adalah Gödel-jumlah rumus P (k) = G dan pernyataan ini kata dari dirinya sendiri, tidak dapat dibuktikan. Menurut Gödel, bahkan jika kita mendefinisikan sebuah sistem formal baru S = S + G, kita dapat menemukan G yang tidak dapat dibuktikan di S, dengan demikian, S dapat membuktikan bahwa jika S adalah konsisten, maka G tidak dapat dibuktikan. Gödel menjelaskan bahwa jika S dapat membuktikan cst (S), maka S dapat membuktikan G, tetapi jika S adalah konsisten, tidak dapat membuktikan G, sehingga tidak dapat membuktikan konsistensi. Dengan demikian, Program Hilbert tidak bekerja, satu tidak dapat membuktikan konsistensi teori matematika. Namun, Folkerts menunjukkan bahwa Gentzen melihat Teorema ketidaklengkapan Gödel dan bertanya-tanya mengapa sistem formal untuk aritmatika sangat lemah bahwa itu tidak dapat membuktikan konsistensi sendiri. Menurut Gentzen, penyempitan alami pada bukti adalah bahwa mereka adalah daftar terbatas laporan, karena itu, Gentzen menawarkan teori aritmatika yang kemudian memungkinkan bukti konsistensi dari sistem formal dari aritmatika; di mana ia memperkuat aksioma induksi matematika , yang memungkinkan sebuah aksioma induksi kuat. Sementara induksi tradisional mengasumsikan domain memiliki tipe ketertiban; Namun Gentzen mengasumsikan bahwa domain memiliki jenis, agar lebih rumit lebih tinggi.

Di sisi lain, Folkerts menemukan bahwa Alan Turing mendefinisikan fungsi sebagai program untuk untuk menghitung dengan mesin sederhana di mana fungsi ini sama dengan apa yang Gödel pikirkan. Menurut Alan Turing, semua definisi dari fungsi yang berbeda dapat dihitung dengancara membuat himpunan yang sama dengan fungsi yang ada. Fungsi dapat dihitung karena yang paling banyak cara untuk program mesin Turing dan jumlah fungsi yang mungkin dapat ditetapkan, sehingga fungsi dapat ditentukan secara teoritis sebagai sebuah pengecualian. Alan Turing menunjukkan bahwa fungsi adalah relasi yang tak terhitung yang menghasilkan output yang tergantung pada variabel acak.

Podnieks, K., 1992, menyatakan bahwa dalam hal paradoks Himpunan dari Russell, maka penyelesaiannya dapat diturunkan dari himpunan yang bukan anggota sendiri. Podnieks, K., 1992, menunjukkan bahwa teori tersebut sekarang sedang ditantang sebagai teori dasar matematika dan teori kategori diusulkan sebagai pengganti, dalam teori kategori, dikembangkan pengertian dasar fungsi dan operasi. Namun, Posy, dalam hal pertanyaan ontologis, bertanya-tanya seberapa akurat gagasan bahwa himpunan adalah objek dasar matematika, sedangkan teori yang dihimpun terlalu kaya dan ada cara yang berbeda terlalu banyak untuk membangun matematika. Posy berpendapat bahwa elemen dasar tidak boleh sembarang dipilih, namun tidak menentukan pilihannya, dan menunjukkan bahwa, dalam pandangan modern tentang strukturalisme, unit dasar adalah struktur, yang bukan benar-benar objek. Folkerts, M, 2004, bersikeras bahwa program Hilbert masih memiliki pembagian antara bagian real dan ideal matematika, ia khawatir tentang status ontologis dari objek di bagian ideal matematika dan mereka hanya diciptakan untuk memberikan bagian yang ideal, dan memberi kita jalan pintas, tetapi tidak pernah diyakini menjadi bagian dari realitas. , Dan dia bertanya-tanya tentang sumber pengetahuan matematika dan kebenaran matematika yang meliputi adanya objek yang ada, dan benda-benda yang tidak ada: dia juga peduli bahwa ini memberi kita sebuah dunia dari obyek virtual, menyelesaikan dualisme objek Folkerts. Namun, seperti Folkerts katakan, Paulus Benacerraf menjelaskan dilema ini dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan tentang teori standar kita tentang pengetahuan atau kebenaran; menurut Benacerraf, ada semacam teori korespondensi antara pengetahuan kita dengan benda-benda sehingga membangun kemampuan kognitif kita melalui indera kita, dan kita membentuk kepercayaan melalui interaksi sebab-akibat antara objek yang kita pikirkan dengan pikiran kita; di mana kaum formalis dan kaum Platonis mengalami kesulitan melengkapi tentang hal ini.

Stefanik, R., 1994, bersikeras bahwa menurut Bernaceraf, ini menyebabkan strukturalisme menganggap bahwa bilangan asli, adalah bentuk urutan, oleh karenanya, jika matematika benar-benar abstrak, mengapa harus memiliki penerapan tertentu? Apakah hanya sebuah "keajaiban" bahwa matematika berlaku untuk dunia fisik, atau, sebaliknya, kita cenderung menekankan struktur matematika yang berhubungan dengan dunia? Hal ini dipersulit dengan berbagai aplikasi baru untuk metode matematika, misalnya penerapan teori grup untuk linguistik. Selanjutnya, Posy mencatat bahwa kaum strukturalis berpendapat bahwa matematika bukanlah tentang beberapa himpunan tertentu dari objek abstrak melainkan matematika adalah ilmu tentang pola struktur, dan benda-benda tertentu yang relevan dengan matematika sejauh mereka memenuhi beberapa pola atau struktur. Posy bersikeras bahwa berbagai versi strukturalisme telah diusulkan oleh matematikawan smisalnya Benacerraf, Resnik, Shapiro, dan Hellman. Benacerraf, seperti yang menyatakan oleh Stefanik, R., 1994, berpendapat untuk posisi strukturalis dengan terlebih dahulu menyajikan contoh di mana kaum Logicist bersifat sangat militan, seperti Ernie dan Johnny, pertama belajar teori logika dan himpuna dan bukan belajar teori bilangan. Benacerraf mengatakan: Ketika datang untuk belajar tentang angka, mereka hanya belajar nama-nama baru untuk himpunan dan anggotanya. Mereka menghitung anggota dari suatu himpunan dengan menentukan kardinalitas dari himpunan, dan mereka menetapkan ini dengan menunjukkan bahwa terdapat hubungan khusus antara himpunan dan angka.

Stefanik, R., 1994, menunjukkan bahwa Benacerraf berpendapat bahwa keyakinan Frege berasal dari ketidakkonsistenannya, karena semua benda alam semesta adalah himpunan. Pertanyaan apakah dua nama memiliki referen yang sama selalu memiliki nilai kebenaran?, Namun, kondisi membuat identitas hanya dalam konteks di mana terdapat kondisi yang unik.

Benacerraf menyatakan bahwa jika sebuah kalimat "x = y" adalah Benar, hal ini dapat terjadi hanya dalam konteks di mana jelas bahwa kedua x dan y adalah Benar. Stefanik bersikeras bahwa pencarian untuk objek dasar alam semesta yang matematis, adalah usaha yang keliru yang mendasari teori kaum Absolutist dan pengikut filsafat platonis. Ia mencatat bahwa hal ini tidak menggoyahkan pendirian Benacerraf; karena menurut Stefanik, Benacerraf masih menegaskan logika yang kemudian dapat dilihat sebagai logika yang paling umum dari disiplin ilmu, yang berlaku dengan cara yang sama untuk dan dalam teori yang diberikan.

Thompson, P., 1993, menyatakan bahwa para filsuf matematika memiliki, selama ribuan tahun, berulang kali keterlibatan dalam perdebatan tentang paradoks dan kesulitan mereka dalam melihat fenomena yang muncul dari tengah-tengah keyakinan mereka yang kuat dan intuitif. Dari munculnya Geometri non-Euclidean, analisis teori kontinum, dan penemuan Cantor tentang bilangan transfinite, sistem Frege, matematikawan kemudian menyuarakan keprihatinan mereka bagaimana kita secara serampangan telah memikirkan sesuatu yang asing, dan dengan liar memperpanjang persoalan matematika kita dengan intuisi, atau kalau tidak kita telah menjadi rentan terhadap perangkap yang tak terduga dan sampai sekarang, dengan apa yang disebut kontradiksi. Thompson menunjukkan bahwa di jantung perdebatan ini terletak tugas mengisolasi intuisi macam apa, dan memutuskan kapan kita harus sangat berhati-hati bagaimana menerapkannya, namun, mereka yang mencari kepuasan dasar epistemologis tentang peran intuisi dalam matematika sering dihadapkan dengan pilihan yang tidak menarik, antara metafisika yang berasal dari Brouwer, dan pengakuan mistis Gödel dan Platonis bahwa kita secara intuitif dapat membedakan ranah kebenaran matematika. Hal ini menunjukkan bahwa, dalam hal dasar, matematika dianggap sebagai ilmu logis, bersih terstruktur, dan cukup beralasan atau singkatnya dalam matematika adalah ilmu logis yang sangat terstruktur, namun jika kita menggali cukup dalam dan dalam penyelidikan yang mendalam, kita masih menemukan beberapa hal yang menjadi perdebatan filsafat. Ini adalah kenyataan bahwa, dalam hal sejarah matematika, berbagai macam sejarah matematika yang datang, dimulai di Yunani kuno, berjalan melalui pergolakan menuju masa depan yang keluar, sedangkan dalam hal sistem pondasi logis matematika, metode matematika adalah deduktif, dan oleh karena itu logika memiliki peran mendasar dalam pengembangan matematika.

Beberapa masalah masih muncul: dalam hal makna, kita bertanya-tanya tentang penggunaan bahasa khusus untuk berbicara tentang matematika, apakah bahasa matematika merupakan hal-hal aneh dan muncul dari dunia ini dan apa artinya semua ini, dan kemudian, apakah arti hakikinya? kita mungkin bertanya-tanya apakah matematikawan berbicara tentang hal yang aneh, apakah mereka benar-benar ada, dan bagaimana mereka dapat kita katakan atau apakah yang dikatakannya penting?. Secara epistemologis, matematika telah sering disajikan sebagai paradigma ketepatan dan kepastian, tetapi beberapa penulis telah menyarankan bahwa ini adalah ilusi belaka. Bagaimana kita bisa mengetahui kebenaran dari proposisi matematika, dan dalam hal aplikasi, bagaimana pengetahuan matematika yang abstrak dapat diterapkan di dalam dunia nyata? Apa implikasi untuk matematika dari adanya revolusi informasi;? Dan apa yang bisa matematika kontribusikan?. Thompson, P., 1993, bersikeras bahwa analisis yang menggabungkan kepastian, kognitif psikologis dari "intuisi" yang fundamental terhadap dugaan dan penemuan dalam matematika, dengan kepastian epistemis dari peran intuitif proposisi matematika harus bermain dalam pembenaran mereka . Dia menambahkan bahwa sejauh mana dugaan intuitif kita terbatas baik oleh sifat rasa pengalaman kita, dan dengan kemampuan kita untuk melakukan konseptualisasi.

Litlangs 2004, menyitir ketidaksetujuan Aristoteles terhadap Plato; menurut Aristoteles, bentuk fisik tidaklah jauh berbeda dengan penampilannya tetapi sesuatu yang konkrit sajalah yang menjadi benda-benda dunia. Aristoteles menyatakan bahwa ketika kita mendapatkan sesuatu yang abstrak, bukan berarti bahwa abstraksi merupakan sesuatu yang jauh dan abadi. Bagi Aristoteles, matematika adalah hanya penalaran tentang idealisasi, dan ia melihat dekat pada struktur matematika, membedakan logika, prinsip yang digunakan untuk menunjukkan teorema, definisi dan hipotesis. Plato juga tercermin pada tak terhingga, memahami perbedaan antara potensi tak terbatas misalnya menambahkan satu ke bilangan infinit misalnya tak terbatas. Bold, T., 2004, menyatakan bahwa kedua intuisionis dan formalis meyakinkan bahwa matematika hanyalah penemuan dan mereka melakukannya dengan tidak menginformasikan kepada kami dengan apa-apa tentang dunia; keduanya mengambil pendekatan ini untuk menjelaskan kepastian mutlak matematika dan menolak penggunaan bilangan infinit. Bold mencatat bahwa intuitionists mengakui hal ini kesamaannya dengan formalis dan menganggap perbedaan yang ada sebagai perbedaan pendapat di mana ketepatan matematis memang ada; intuisionis mengatakannya sebagai kecerdasan manusia dan formalis mengatakannya sebagai hanya coretan di atas kertas. Menurut Arend Heyting, matematika adalah produksi dari pikiran manusia; ia mengklaim intuitionism yang mengklaim proposisi matematika mewarisi kepastian mereka dari pengetahuan manusia yang didasarkan pada pengalaman empiris. Bold menyatakan bahwa sejak, infinity tidak bisa dipakai, intuisionis menolak untuk mendorong penerapan matematika di luar infinisitas; Heyting menyatakan adanya keyakinan terhadap transendental, yang tidak didukung oleh konsep, dan harus ditolak sebagai alat bukti matematika. Demikian pula, Bold menemukan bahwa Hilbert menulis bahwa untuk kesimpulan logis yang dapat diandalkan itu harus memungkinkan untuk untuk dilakukannya survei terhadap kebenaran obyek dan bagian-bagiannya, karena tidaklah ada survei untuk infinity yang dapat disimpulkan dengan hanya mengandalkan pada sistem yang terbatas. Menurut formalis, seluruh matematika hanya terdiri dari aturan sembarang seperti yang catur.

Di sisi lain, Posy, C., 1992, menemukan bahwa Hilbert benar-benar menempatkan struktur pada bagian intuitif matematika, pada dasarnya bahwa pemikiran finitary dan sistem formal; dengan pekerjaan Gödel 's. Thompson, P., 1993, berpendapat bahwa Gödelian Platonisme, khususnya, yang memimpin pengalaman aktual melakukan matematika, dan bilangan Gödel untuk kejelasan dari himpunan-aksioma dasar teoritis dengan mengajukan suatu kemampuan intuisi matematika, analog dengan persepsi indrawi dalam fisika, sehingga, mungkin, aksioma 'dipaksakan kepada kita' sebanyak asumsi kekuatan 'diantara obyek fisik' sendiri kepada kita sebagai penjelasan dari pengalaman fisik kita. Namun, Thompson sebaliknya menyatakan bahwa telah mengakui peran keragu-raguan dalam penggunaan bahasa yang bila diterapkan pada prinsip matematika menjadi aneh tapi nyata; berlawanan dengan apa-apa yang terdapat pada kontinum dari intuitif palsu dan mencegah intuitif yang benar benar, tergantung pada kekuatan dugaan kita akan lebih cenderung untuk membuat menentangnya, jika kita tidak melihatnya, dan telah dimenangkan oleh, buktinya, dan memang, untuk mengejutkan kita, kita sering menemukan, pada saat kita menjumpai paradoks, bagaimana intuisi kita lemah dan tak berdaya. Thompson menyatakan bahwa gagasan tentang intuisi kita yang harus baik, tegas dan benar, berasal teori yang menyatakan bahwa kemampuan indera merupakan kemampuan primitif yang diwariskan dari gaya filsafat Rene Descartes yang mencari kebenaran absolut tentang segala sesuai yang tidak tergoyahkan, yang telah menolak semua pembenaran lainnya kecuali kebenaran diriyang menemukan bahwa dirinya yang ada adalah dirinya yang sedang memikirkannya.

Di sisi lain, Posy, C., 1992, bersikeras bahwa sistem formal Hilbert sesuai dengan teori fungsi rekursif. Posy bersikeras bahwa Brouwer itu sangat menentang ide-ide ini, terutama sistem yang berpondasi, ia bahkan menentang formalisasi logika; Brouwer memiliki pandangan yang sangat radikal tentang matematika dan hubungannya dengan bahasa. Menurut Brouwer, dalam bahasa, kita dapat berkomunikasi output dari konstruksi matematika, sehingga membantu orang lain menciptakan pengalaman matematika, namun bukti itu sendiri adalah pra-linguistik, aktivitas murni sadar yang jauh lebih fleksibel daripada bahasa. Brouwer berpikir bahwa sistem formal tidak pernah bisa cukup untuk menutup semua pilihan yang tersedia untuk matematika secara kreatif, dan berpikir bahwa formalisme tidak ada gunanya. Posy mencatat bahwa, khususnya, Brouwer berpikir bahwa hal demikian bukanlah suatu kegilaan untuk berpikir bahwa logika digunakan untuk menangkap aturan untuk berpikir matematis secara benar. Brouwer menunjukkan aturan tertentu bahwa logika tidak memadai untuk mengembangkan metode berpikir dengan menunjuk hukum tengah yang dikecualikan.

Thompson, P., 1993, mencatat bahwa pandangan Brouwer tersebut dikarenakan kepercayaannya bahwa penerapan logika tradisional ke matematika merupakan fenomena sejarah, ia selanjutnya menyatakan bahwa oleh fakta bahwa, pertama, logika klasik disarikan dari matematika yang merupakan himpunan dari himpunan maka pastilah terbatas, kedua, bahwa eksistensi apriori independen dari matematika dianggap berasal dari logika ini, dan akhirnya, atas dasar bahwa keyakinan apriori, maka logika tidak dibenarkan diterapkan pada matematika. Selanjutnya, Posy, C., 1992, menambahkan bahwa Brouwer bersikeras tentang hipotesisnya mengapa filsuf dan ahli matematika perlu mengecualikan hukum tengah; menurut Brouwer, logika telah dikodifikasikan ketika komunitas ilmiah hanya peduli dengan benda-benda terbatas. Brouwer mengatakan bahwa, mengingat hanya benda terbatas, hukum maka hukum tengah perlu dikecualikan, namun kesalahan itu dibuat saat matematika pindah ke infinitary di mana aturan-aturan kaku logika dipertahankan tanpa pertanyaan. Brouwer menyatakan bahwa tidak ada kodifikasi kaku harus datang sebelum pengembangan matematika. Posy menemukan bahwa perbedaan utama antara Brouwer dan Hilbert adalah bahwa mereka tidak setuju pada posisi logika di mana Hilbert pikir logika adalah ilmu pengetahuan, jadi yang otonom dapat secara bebas diterapkan pada matematika lain, sedangkan Brouwer berpendapat tidak demikian.

Litlangs, 2004, menyatakan bahwa pertanyaan-pertanyaan mendalam tentang bagaimana variasi kecerdasan menghadapi kesulitan dalam menjelaskan matematika secara internal yaitu kesenjangan mereka, kontradiksi dan ambiguitas yang terletak di bawah sebagian tertentu dari prosedur, mengarah pada kesimpulan kasar bahwa matematika mungkin tidak lebih logis dari puisi, melainkan hanya kreasi bebas dari pikiran manusia yang tidak bertang-gungjawab untuk memaknai diri kita dan alam. Litlangs menyatakan bahwa meskipun matematika mungkin tampak sebagai jenis pengetahuan yang paling jelas dan tertentu dari pengetahuan yang kita miliki, ada masalah cukup serius yang terdapat di setiap cabang lain dari filsafat tentang hakekat matematika dan makna proposisi tersebut. Litlangs menemukan bahwa Plato percaya dalam bentuk atau ide yang kekal, mampu mendefinisikan dengan tepat dan bebas dari persepsi; antara entitas dan objek geometri seperti garis, titik, lingkaran, yang karena itu tidak ditangkap dengan indra tetapi dengan logika, ia berhubungan dengan obyek-obyek matematika dengan contoh-contoh spesifik dari bentuk ideal. Menurut Plato, seperti yang dicatat oleh Litlangs, proposisi matematika yang sejati dari hubungan antara obyek tak berubah, mereka pasti benar yang menemukan matematika yang sudah ada sebagai kebenaran "di luar sana" daripada menciptakan sesuatu dari mental kita sebagai kecenderungan, dan sebagai objek yang dirasakan oleh indera kita, mereka hanya merupakan contoh dan cepat berlalu dari ingatan kita.

Sementara itu, Litlangs 2004, menambahkanbahwa bahwa Leibniz menganggap bahwa logika berjalan bersamaan dengan matematika, sedangkan Aristoteles menggunakan proposisi dari bentuk predikat, yaitu subjek dari logika, Leibniz berpendapat bahwa subjek berisi predikat yang adalah sifat yang tak terbatas yang diberikan oleh Tuhan. Menurut Leibniz, proposisi matematika tidaklah benar jika mereka berurusan dengan entitas kekal atau ideal, tetapi karena penolakan mereka secara logika tidak mungkin, maka proposisi matematika adalah benar tidak hanya untuk dunia ini, tetapi juga untuk semua kemungkinan yang ada. Litlangs menyatakan bahwa tidak seperti Plato, yang menanyakan untuk apalah sebuah bentuk fisik itu, sementara Leibniz melihat pentingnya notasi, sebagai sebuah simbolisme perhitungan, dan menjadi permulaan dari metode untuk membentuk dan mengatur karakter dan tanda-tanda untuk mewakili hubungan antara pikiran matematika.

Litlangs 2004, mengungkapkan lebih lanjut bahwa Immanuel Kant menganggap entitas matematika sebagai proposisi sintetik apriori-, yang tentu saja memberikan kondisi yang diperlukan untuk pengalaman objektif; matriks ruang dan waktu, dan wadah memegang bahan pengubah persepsi. Menurut Kant, matematika adalah gambaran ruang dan waktu, jika terbatas pada pikiran, konsep-konsep matematika diperlukan hanya konsistensi diri, tapi pembangunan konsep-konsep tersebut melibatkan ruang yang memiliki struktur tertentu, yang oleh Kant digambarkan pada geometri Euclidean. Litlangs mencatat bahwa bagi Kant, perbedaan antara "dua" yang abstrak "dua piring" adalah tentang konstruksi logika ditambah masalah empiris. Dalam analisisnya tentang infinitas, Kant menerima pembedaan Aristoteles antara potensi tak terbatas dan potensi lengkap, tapi tidak menganggap keduanya adalah mustahil. Kant merasa bahwa tak terhingga lengkap adalah gambaran tentang alasan, secara internal konsisten, meskipun tentu saja tidak pernah ditemui di dunia persepsi kita. Litlangs lebih lanjut menegaskan bahwa Frege dan Russell dan pengikut mereka mengembangkan gagasan Leibniz bahwa matematika adalah sesuatu yang secara logis tak terbantahkan; Hukum Frege menggunakan logika ditambah definisi, dan merumuskan notasi simbolis untuk alasan yang diperlukan. Namun, melalui rantai panjang penalaran, simbol-simbol ini menjadi kurang jelas, dan merupakan transisi yang dimediasi oleh definisi. Litlangs mencatat bahwa Russell melihat mereka sebagai kemudahan notasi, langkah hanya dalam argumen, sedangkan Frege melihat mereka sebagai menyiratkan sesuatu yang layak dari pemikiran yang cermat, sering menyajikan konsep-konsep matematika penting dari sudut yang baru. Litlangs menemukan bahwa sementara dalam kasus Russell definisi tidak memiliki eksistensi objektif, dalam kasus Frege masalah ini tidak begitu jelas bahwa adalah definisi adalah objek logis yang mengklaim keberadaan sama dengan entitas matematika lainnya. Litlangs menyimpulkan bahwa, meskipun demikian, Russell menyelesaikan banyak paradoks untuk membuat siatem Whitehead sebagai deskripsi yang monumental dari Principia Mathematica.

Sementara itu, Thompson, P., 1993, yang merasa terpengaruh gerakan kritis dari Cauchy dan Weierstrass telah menjadi hati-hati tentang penggunaan matematika yang tak terbatas, kecuali sebagai Facon de Parler dalam menyimpulkan teori atau mengambil batas, di mana matematika benar-benar dianggap berfungsi sebagai metafora, atau kiasan, untuk menyatakan keadaan secara terbatas. Thompson ingin membandingkan antara penyanyi dengan kerja seorang matematikawan Leopod Kronecker. Matematikawan Jerman Leopold Kronecker, yang sudah memiliki pengetahuan matematika kemudian berkehendak untuk menulis ulang teori algebraic, dan bertujuan untuk menjatuhkan keyakinan Cantor itu, tentang logika yang selama ini dia yakini tentang penyelesaian tak terbatas yang sempurna signifikan. Menurut Thompson, penyanyi telah mendesak lebih lanjut bahwa kita harus sepenuhnya siap untuk menggunakan kata-kata yang akrab dan lazim dalam konteks yang sama sekali baru, atau dengan mengacu pada situasi yang sebelumnya dengan tidak mempertimbangkannya terlebih dulu; bahwa penyanyi telah dengan membabi buta membuat skema terbatas dalam domain tak terbatas, baik dengan cara menghubungkan kardinal atau kuantitas dalam himpunan terbatas atau tak terbatas. Thompson bersikeras bahwa meskipun dia mengakui kerja matematika menggunakan intuisi, tetapi adalah penting untuk membuat pendekatan pendekatan heuristik.

Thompson, P., 1993, menjelaskan bahwa Gödel berpendirian bahwa intuisi kita dapat digunakan untuk bekerja dalam domain yang sangat aksiomatis, seperti perpanjangan ZF, atau kalkulus, sehingga memungkinkan kita untuk membuat pertimbanganyang baik untuk menerima atau menolak hipotesis secara independen dari pra-teori atau praduga tentang teori. Thompson menunjukkan bahwa Gödel dan Herbrand, secara bersama-sama membuat klaim tentang demarkasi batas-batas kemampuan intuisi. Thompson menyimpulkan bahwa Gödel, dengan kemampuannya dalam logika transendental, senang berpikir bahwa logika kita hanya sedikit tidak fokus, dan berharap bahwa terdapat kesalahan kecil sehingga masih mampu melihat secara tajam dan mampu berpikir matematika secara benar. Namun untuk hal ini, dia berbeda pandangan dengan Zermelo dan Hilbert. Thompson menyatakan bahwa Hilbert tidak akan dapat meyakinkan kita bahwa matematika itu bersifat konsistensi untuk selamanya, karena itu kita harus puas jika sistem aksiomatis matematika seperti yang dibuat Hilbert dianggap konsisten, jika kita tidak mampu membuktikannya.

Sementara itu, Turan, H., 2004, menjelaskan bahwa Descartes membawa proposisi matematika ke dalam keraguan saat ia meragukan semua keyakinan tentang hakekat akal sehat dengan mengasumsikan bahwa semua keyakinan berasal dari persepsi tampaknya hanya sampai pada anggapan awal bahwa masalah yang dihadapinya sebetulnya adalah suatu keraguan tentang matematika, yaitu sebuah contoh dari masalah keraguan tentang keberadaan zat. Turan berpendapat bahwa masalahnya bukan apakah kita menghitung objek atau gambar yang sebenarnya kosong tapi apakah kita menghitung apa yang kita menghitung dengan benar, ia berpendapat bahwa karya Descartes adalah mungkin untuk mengekspos bahwa proposisi '2 +3 = 5 'dan argumen' Saya berpikir, maka saya ada, "sama-sama jelas. Menurut Turan, Descartes tidak menemukan epistemologinya pada bukti proposisi matematika, dan percobaan keraguan tampaknya tidak memberikan hasil positif untuk operasi matematika. Menurut Turan, kesadaran melaksanakan proposisi matematika yang tidak boleh untuk meragukannya, dan kesadaran melakukan operasi matematika atau logika adalah contoh dari "saya berpikir" dan karenanya argumen "Saya menghitung, karena itu aku ada 'setara dengan' Saya pikir , maka saya ada '. Turan menunjukkan bahwa jika kita berpendirian bahwa proposisi matematika tidak bisa menimbulkan kesulitan bagi epistemologi Descartes yang menurutnya untuk membangun pada kesadaran berpikir sendiri, maka dia tidak dapat dilihat untuk menghindari pertanyaan. Turan menyimpulkan bahwa proposisi matematika dengan sendirinya tidak bermanfaat jika mereka tidak boleh diragukan. Jika semua proposisi matematika kemudian dapat diragukan oleh Rene Descartes, maka seluruh logika umum tentunya juga akan diragukannya. Maka Rene Descartes kemudian menemukan bahwa hanya terdapat satu saja hal yang tidak dapat diragukan yaitu kenyataan bahwa dirinya itulah yang sedang meragukan. Oleh karena itu dia menyimulkan bahwa dia ada karena berhasil meragukannya. Atau cogito ergosum, saya berpikir maka saya ada. Tetapi kemudian Rene Descartes menemukan kenyataan bahwa dia tidak mampu menjawab semua keraguan tersebut, maka dia menemukan bahwa manusia, termasuk dia, adalah terbatas. Kemudian dia menyimpulkan pastilah ada yang tak terbatas, yaitu diri Tuhan YME.

Turan, H., 2004, bersikeras bahwa hubungan antara persepsi dan matematika dapat disangkal, bagaimanapun membatasi pikiran kita dengan konteks dimana pengandaian ontologis filosofis untuk refleksi pada persepsi dipertaruhkan; menurut dia, kita harus mencatat pentingnya persepsi terhadap sifat eksistensi yang Descartes menganggap terutama untuk tujuan epistemologis. Turan mencatat bahwa Descartes tampaknya meninggalkan argumen bahwa Tuhan menipu untuk asumsi himpunan dan ini hipotesis terakhir tampaknya untuk memanggil ke dalam keraguan eksklusif keyakinan terkait dengan keberadaan dunia luar, karena itu, adalah mungkin untuk menyatakan bahwa Descartes menyerah dalam mengejar pertanyaan tentang kebenaran penilaian matematika, dan Descartes tampaknya memberkati adanya si jenius jahat yang semata-mata dengan kekuatannys menipu pikirannya dalam hal yang berkaitan dengan penilaian pada keberadaan hal-hal eksternal. Turan menemukan bahwa Descartes selalu menganggap demonstrasi matematika antara kebenaran yang paling jelas bahwa pikiran manusia dapat mencapai, dan menyebut mereka sebagai contoh benda yang dapat berintuisi jelas dan jelas; Descartes merasa bahwa aritmatika dan geometri bebas dari segala noda kepalsuan atau ketidakpastian. Menurut Descartes, matematika yang bersangkutan dengan obyek begitu murni dan sederhana bahwa mereka tidak membuat asumsi bahwa pengalaman mungkin membuat tidak pasti, melainkan terdiri dalam menyimpulkan kesimpulan melalui argumen rasional.

Selanjutnya, Turan, H., 2004, bersikeras bahwa Descartes memakai eksistensi eksternal suatu obyek, untuk melakukan kegiatan deduksi dan intuisi sebagai metode yang sah untuk memperoleh pengetahuan. Bagi Descartes, intuisi adalah konsepsi pasti yang sederhana dari pikiran yang jernih dan penuh perhatian yang berlangsung semata-mata dari cahaya argumen dan pada kepercayaan lebih pasti dari deduksi, tapi pemikiran yang tidak epistemologis akan kalah dengan intuisi manusia yang penuh perhatian. Descartes mengklaim bahwa meskipun matematika secara ekstensif menggunakan metode deduksi, namun dia mengatakan bahwa deduksi adalah metode tunggal yang sah dan memegang intuisi yang sangat diperlukan sebagai alat untuk memperoleh pengetahuan matematika, dan proposisi matematika memiliki tingkat yang sama dengan kepastian sebagai argumen cogito ontologis yang pasti. Bagi Descartes matematika adalah invariabel sehubungan dengan pengandaian ontologis, tapi begitu dibawa ke dalam konteks percobaan keraguan terlihat bahwa itu mengandung implikasi ontologis penting yang tampak sebagai objek matematika dan operasi mengandaikan eksistensi. Lalu Descartes menyatakan bahwa:

Saya merasa bahwa saya sekarang ada, dan ingat bahwa saya telah ada selama beberapa waktu, apalagi, saya memiliki pikiran berbagai yang saya bisa menghitung, melainkan dalam cara-cara yang saya mendapatkan ide-ide dari durasi dan jumlah yang saya kemudian dapat ditransfer ke lain hal. Adapun semua elemen lain yang membentuk ide-ide dari hal-hal jasmani, yaitu perluasan, bentuk, posisi dan gerakan, ini tidak secara resmi terdapat dalam saya, karena saya hanyalah menjadi pemikiran, tetapi karena mereka hanya mode suatu zat dan saya substansi, tampaknya mungkin bahwa mereka yang terkandung dalam diriku nyata.

Selanjutnya, Turan, H., 2004, menegaskan bahwa ketergantungan fungsional dan ontologis jumlah dan universal lain, membuat cogito di mana sebuah contoh pemikiran di mana kedua bukti dan kepastian ontologis dapat dicapai dalam satu langkah; epistemologis sebelum proposisi matematika yang mungkin , itu dianggap terpisah dari konteks percobaan keraguan dan terlihat untuk mewujudkan bukti. Menurut Turan, "saya menghitung, karena itu aku 'adalah epistemologis setara dengan' Saya berpikir, maka saya '; kedua argumen kebal untuk diragukan, namun si jenius jahat memang bisa membuat saya salah karena saya menghitung pikiran saya atau penampilan, tetapi tidak bisa menipu saya dalam kesimpulan saya menarik adanya fakta bahwa saya menghitung sudah cukup untuk membuktikan bahwa aku ada terlepas dari apakah saya menghitung atau menambahkan atau melakukan operasi matematika secara keliru. Turan menyimpulkan bahwa situasi ontologis didirikan oleh eksperimen keraguan Cartesian telah membawa kendala epistemologis yang serius; eksperimen menemukan bahwa sarana epistemologis memungkinkan kita untuk mempekerjakan untuk pindah secara ontologis lebih lanjut, tentulah harus menjadi salah satu sumber daya yang tepat dari situasi ontologis yang telah membatasi dirinya untuk tujuan epistemologis, dalam kata lain, standar epistemologis eksperimen harus sesuai dengan yang ditentukan oleh pengaturan ontologis percobaan keraguan. Turan mencatat bahwa eksperimen menemukan nya sendiri dengan hal-hal yang bisa kita sebut persepsi atau pikiran, di sebuah sudut pandang dari mana dia membuktikan kejadian persepsi dan pikiran dan tidak bisa tahu dengan baik bagaimana mereka dibeli, sedangkan Descartes karena itu bisa tergantung hanya pada berpikir bahwa ia memiliki persepsi atau pikiran dalam penyelidikan epistemologis untuk mendirikan sebuah kepastian yang tidak dapat dipengaruhi oleh argumen dari percobaan keraguan.

Podnieks, K., 1992, menguraikan bahwa sebelum Kant, matematika dipandang sebagai dunia empiris, tetapi khusus dalam satu cara penting yang sifat yang diperlukan dunia ditemukan melalui bukti matematika, namun untuk membuktikan sesuatu yang salah, seseorang harus menunjukkan hanya bahwa dunia mungkin berbeda. Dalam hal masalah epistemologis, Posy diberitahu bahwa ilmu pada dasarnya merupakan generalisasi dari pengalaman, tetapi hal ini dapat memberikan hanya pilihan saja, sifat yang mungkin dari dunia yang itu bisa saja sebaliknya. Di sisi lain, ilmu pengetahuan hanya memprediksi bahwa masa depan akan mencerminkan masa lalu, sedangkan matematika adalah tentang dunia empiris, tetapi biasanya metode untuk pengetahuan berasal dari pengetahuan kontingen, bukan keharusan bahwa matematika murni memberi kita, dalam jumlah, Posy menyimpulkan bahwa Kant ingin pengetahuan yang diperlukan dengan pengetahuan empiris. Posy kemudian menguraikan langkah yang dilakukan oleh Kant dalam memecahkan masalah dalam beberapa langkah: pertama, bahwa obyek dalam dunia empiris merupakan penampakan atau fenomena di mana, secara alami, mereka hanya memiliki sifat bahwa kita mengenal mereka dari pengalaman, mereka bukanlah hal dalam diri mereka. Posy menemukan bahwa Kant mengatakan kita harus menjadi seorang idealis di mana sifat dari obyek adalah hanya apa yang dipahami, tidak ada sifat obyek yang berada diluar pengalaman kita. Kedua, Kant menyarankan untuk membangun ke dalam pikiran kita dua bentuk intuisi dan persepsi sehingga setiap persepsi yang kita miliki adalah terbentuk oleh bentuk Ruang dan Waktu, menurut Kant,ini, sebenarnya, bagian dari pikiran, dan bukan sesuatu pikiran mengambil dari pengalaman; dan dengan demikian, objek empiris selalu bersifat spasio-temporal.

Selanjutnya, Posy, C., 1992, menunjukkan bahwa, menurut Kant, kita mengenal sifat spasio-temporal dengan cara a priori, dan dalam mempelajari sifat spasio-temporal, kita hanya mempelajari diri kita sendiri, dan kemampuan persepsi kita. Menurut Kant, matematika hanyalah ilmu yang mempelajari sifat spasio-temporal dari objek dengan mempelajari sifat ruang dan waktu; dan dengan demikian, matematika adalah belajar dari bentuk abstrak persepsi. Dalam hal ide ke takhinggan maka hukum-hukumnya tidak tunduk pada persepsi, Kant, seperti yang ditunjukkan oleh Posy, membuat perbedaan antara intuisi empiris yaitu intuisi dari indera yang selalu terbatas dan intuisi murni. Posy menunjukkan bahwa studi tentang kemungkinan intuisi empiris di mana batas yang terbatas tidak diperkenalkan di kedua arah, dan matematika tidak menangani hal ini. Menurut Kant matematika memungkinkan membagi interval kecil dan perluasan interval besar, ini berarti kita bisa mendiskusikan jumlah yang lebih kecil dan lebih kecil tanpa memperkenalkan jumlah terkecil misalnya jika kita ingin membuktikan interval ini dibagi, kita dapat melakukan ini dengan memilih interval; menunjukkan itu habis dibagi, dan abstrak dari ukuran sebenarnya, dan biarkan mewakili gagasan interval dipahami.

Kant menyatakan bahwa matematika murni, sebagai kognisi a priori, hanya mungkin dengan mengacu pada benda selain yang diindra, di mana, di dasar intuisi empiris mereka terletak sebuah intuisi murni (ruang dan waktu) yang a priori. Kant mengklaim bahwa ini mungkin, karena intuisinya yang terakhir tidak lain adalah bentuk sensibilitas belaka, yang mendahului penampilan yang sebenarnya dari objek, dalam hal ini, pada kenyataannya, membuat mereka mungkin; namun ini merupakan kemampuan berintuisi a priori yang mampu memahami fenomena non fisik. Kant menggambarkan bahwa dalam prosedur biasa kita memerlukan pengetahuan geometri, bahwa semua bukti tentang similaritas dari dua benda yang diberikan akhirnya akhirnya diperoleh; yang ternyata tidak lain bahwa bukti itu sampai pada intuisi langsung, dan intuisi ini harus murni, dan bersifat a priori. Jika proposisi tidak mempunyai kebenaran matematika yang tinggi, maka hal tersebut tidak dapat disimpulkan dari hanya memperoleh kepastian empiris saja. Kant lebih jauh menyatakan bahwa di mana-mana ruang memiliki tiga dimensi, dan pada suatu ruang berlaku dalil bahwa tidak lebih dari tiga garis lurus dapat memotong pada sudut yang tepat di satu titik.

---SELESAI---

REFERENCE

------, 1999, *Category Theoretic Perspectives on the Foundations of Mathematics*, RBJ, http://www.rbjones.com/rbjpub/rbj.htm
-------, 2003, *Aristotelian Logic,* Wikipedia, the free encyclopedia, http://en.wikipedia.org/wiki/GNU_FDL
-------, 2003, *Cognitive science of mathematics*, Wikipedia, the free encyclopedia. http://en.wikipedia.org/wiki/GNU_FDL
-----, 2003, *Quasi-empiricism in mathematics*, Wikipedia, GNU Free Documentation License.
------, 2003, *Second-Order Logic*, Wikipedia, the free encyclopedia, http://en.wikipedia.org/wiki/GNU_FDL
-------, 2003, *Term Logic,* Wikipedia, the free encyclopedia, http://en.wikipedia.org/wiki/ GNU_FDL
--------, 2004, *A philosophy of mathematical truth,* Mountain Math Software, webmaster@mtnmath.com
--------, 2004, *Expanding Mathematics,* Mountain Math Software, webmaster@mtnmath. com
--------, 2004, *Extending mathematics*, Mountain Math Software, webmaster@mtnmath. com
-------, 2004, *Logical Operator*, Wikipedia, the free encyclopedia, http://en.wikipedia.org/ wiki/GNU_FDL
-------, 2004, *Value and Quantity*, http://home.mira.net/~andy/works/value.htm
-------, 2004, *Formal mathematics*, Mountain Math Software, webmaster@mtnmath.com
, Paideia, Philosophy of Mathematics, aweir@clio.arts.qub.ac.uk
, RBJ, http://www.rbjones.com/rbjpub/rbj.htm
-------,1997, *Category Theory and The Foundations of Mathematics*
-------,1997, *Foundations of mathematics* Wikipedia, the free encyclopedia. http://en.wikipedia.org/wiki/GNU_FDL
-------,1997, *Method of Formal Logical Analysis*, RBJ, http://www.rbjones. com/rbjpub/rbj.htm
-------,1997, *The Philosophy of Mathematics*, RBJ, http://www.rbjones. com/rbjpub/rbj.htm
-------,1998, Mathematical Logicism, RBJ, http://www.rbjones.com/rbjpub/rbj.htm
-------,2004, Non-Euclidean Geometry, http://www.geocities.com/CapeCanaveral/ /philosophy/hilbert.htm
Bell, J., 2000, *Infinitary Logic*, Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato. standford.edu/cgi-bin/encyclopedia/archinfo.cgi?entry/wcp/MainMath.htmarchinfo.cgi?entry
Berggren, J.L., 2004, *The Foundation of Mathematics: Mathematics in ancient Mesopotamia,*

Encyclopaedia Britannica, http://www.google.search
Berggren, J.L., 2004, *The Foundation of Mathematics: Mathematics during the Middle Ages and Renaissance,* Encyclopaedia Britannica, http://www.google.search
Berkeley, G., 1735, *A Defence Of Free-Thinking In Mathematics*, http://www. maths.tcd.ie/~dwilkins/Berkeley/
Bold, T., 2004, *Concepts on Mathematical Concepts*, http://www.usfca.edu/philosophy/ discourse/8/bold.doc.
Boole, G., 1848, *The Calulus of Logic*, Cambridge and Dublin Mathematical Journal Vol. III , pp. 183-98, Transcribed by D.R. Wilkins , Wikipedia, the free encyclopedia, http://en.wikipedia.org/wiki/GNU_FDL
Bridges, D., 1997, *Constructive Mathematics,* Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato.standford.edu/cgi-bin/encyclopedia/archinfo.cgi?entry=constructive-mathematics
Burris, S., 1997, *Principia Mathematica*: *Whitehead and Russell*, http://www.thoralf. uwaterloo.ca/htdocs/atext.htm#primcipia
Carnap, R., 1998, *Logical Syntax*, RBJ, http://www.rbjones.com/rbjpub/rbj.htm courses/factual/papers/YabloNominalistdaniel.stoljar@colorado.edu
Davis and Hersh, 2004, *Math Proof*, http://www.calvin.edu/~rpruim/ courses/m100/S03/ activities/proof.pdf.
Field, H., 1999, *Which Undecidable Mathematical Sentences Have Determinate Truth Values*?, RJB, http://www.rbjones.com/rbjpub/rbj.htm
Encyclopedia of Philosophy, http://plato.standford.edu/cgi-bin/encyclopedia/
Folkerts, M., 2004, *Mathematics in the 17th and 18th centuries,* Encyclopaedia Britannica, http://www.google.search
Ford & Peat, 1988, *Mathematics as a language*, Wikipedia, the free encyclopedia,
Galton, A., 2003, *Temporal Logic*, Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato. standford.edu/cgi-bin/encyclopedia/archinfo.cgi?entry
Garson, J., 2003, *Modal Logic*, Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato. standford.edu/cgi-bin/encyclopedia/archinfo.cgi?entry
Godel, K., 1961, *The modern development of the foundations of mathematics in the light of philosophy,* Source: *Kurt Gödel, Collected Works*, Volume III (1961), Oxford University Press, 1981, http://www.marxist.org/reference/subject/
Hammer, E.M., 1996, *Pierce's Logic, Stanford Encyclopedia of Philosophy,* http://plato.standford.edu/cgi-bin/encyclopedia/archinfo.cgi?entry
Harrison, J., 1996, *The History of Formal Logic*, http://www.rbjones.com/rbjpub/rbj.htm
Hempel, C.G., 2001, *On the Nature of Mathematical Truth,* http://www.ltn.lv/ ~podniek/gt.htm
Hilbert, D., 1972, *The Foundations of Mathematics*, Source: *The Emergence of Logical Empiricism* (1996),Garland Publishing Inc, http://www.marxist.org/reference/ subject
Irvine, A.D., 1997, *Russell's Paradox,* Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato.standford.edu/cgi-bin/encyclopedia/archinfo.cgi?entry
Irvine, A.D., 2003, *Principia Mathematica*, Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato.standford.edu/cgi-bin/encyclopedia/archinfo.cgi?entry=principia mathematica
Jones, R.B.,1997, A Short History of Rigour in Mathematics, http://www.rbjones. com/rbjpub/rbj.htm
Kalderon, M.E., 2004, *The Foundations of Arithmetic*, http://www.kalderon. demon.co.uk/FA.pdf.
Kant, I., 1787, *The Critic of Pure Reason: First Part, Transcendental Aesthetic,* ranslated by by F. Max Muller
Kemerling, G., 2002, *Formal Logic*, http://www.philosophypages.com/lg/
Kemerling, G., 2002, *Logical Positivism*, http://www.philosophypages.com/lg/

Kemerling, G., 2002, *Russell: Philosophy as Logical Analysis,* http://www. philosophypages.com/refferal/contact.htm
Knorr, W.R., 2004, *Mathematics in medieval Islām,* Encyclopaedia Britannica, http://www.google.search
Koetsier, T., 1991, *Lakatos' Philosophy of Mathematics,* A Historical Approach, http://www.xiti.com/xiti.asp?s78410
Lakatos, I., and Tymoczko,T., 2004, *Philosophy of mathematics*, Wikipedia, the free encyclopedia, http://en.wikipedia.org/wiki/GNU_FDL
Landry, E., 2004, *Semantic Realism: Why Mathematicians Mean What They Say,*
Langer, S.K., 1997, *Symbolic Logic,* Murray Cumming, http://www. murrayc.com/index
Linnebo, Ø, 2004, *Review of Stewart Shapiro, Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology*,http://www.google.com/search?q=cache:TbGbWdk902cJ:folk.uio.no/oysteinl/SS.pdf++structure+mathematics+philosophy&hl=en&ie=UTF-8
Linsky, B., 2001, *Logical Construction*, Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato.standford.edu/cgi-bin/encyclopedia/archinfo.cgi?entry
Litlangs, 2004, *Math Theory, Poetry Magic*, editor@poetrymagic.co.uk
Mares, E., 1998, *Relevance Logic,* Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato.standford.edu/cgi-bin/encyclopedia/archinfo.cgi?entry mathsf/journalf/jul99/art1
Moschovakis, J., 2002, *Intuitionistic Logic,* Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato.standford.edu/cgi-bin/encyclopedia/archinfo.cgi?entry=logic-intuitionistic
Mrozek, J., 2004, *The Problems of Understanding Mathematics*, Paideia Philosophy of Mathematics, http://www.bu.edu/wcp/Papers/Math/MathMroz.htm#top
Muller, F.A., 1998, *Abstract of Structuralism and Mathematics*, http://validator.w3.org/ check?uri=http://www.phys.uu.nl/~wwwgrnsl/abstracts/m ulle981106.html
Nikulin, D., 2004, *Platonic Mathematics*: Matter, Imagination and Geometry-Ontology, Natural Philosophy and Mathematics in Plotinus, Proclus and Descartes, http://www.amazon.com/exec/obidos/AZIN/075461574/wordtradecom
O'Connor, J.J and Robertson, E.F., 1999, *Pythagoras of Samos*, http://www- history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Mathematicians/Pythagoras.html
O'Connor, J.J and Robertson, E.F., 2000, *Pythagoras's theorem in Babylonian mathematics,* http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/HistTopics/
Oddie, G., 2001, *Truthlikeness,* Stanford Encyclopedia of Philosophy, Paideia, Philosophy of Mathematics, elaine@philo.mcgill.ca
Peckhaus, V., 2004, *19th Century Logic between Philosophy and Mathematics*, http:// www.phil.unierlangen.de/~p1phil/personen/peckhaus/texte/logic_phil_math.html
Peterson, I., 1998, *The Limits of Mathematics*, The Mathematical Association of America, http://www.sciencenews.org/
Gray, J.J., 2004, *Mathematics in China and Japan*, Encyclopaedia Britannica, http://www.google.search
Pietroski, P., 2002, *Logical Form,* Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato. standford.edu/cgi-bin/encyclopedia/archinfo.cgi?
Platonic Solids, http://math.unipa.it/~grim/SiSala2.PDF.
Podnieks, K., 1992, Platonism, Intuition And The Nature Of Mathematics, http://www.ltn.lv/~podnieks/gt.html
Podnieks, K., 1992, *Himpunan theory, axioms, Zermelo, Fraenkel, Frankel, infinity, Cantor, Frege,*
Russell, paradox, formal, axiomatic, Russell paradox, axiom, axiomatic himpunan theory,
comprehension, axiom of infinity, ZF, ZFC, http://www.ltn.lv/ ~podnieks /gt.html
Polski, 2003*, Mathematical proof,* http://www.ltn.lv/~podnieks/gt.html

Posy, C., 1992, Philosophy of Mathematics, http://www.cs.washington.edu/ homes/ gjb.doc/philmath.htm
Priest, G., and Tanaka, K., 2000, *Paraconsistent Logic, Stanford Encyclopedia of Philosophy,* http://plato.standford.edu/cgi-bin/encyclopedia/archinfo.cgi?entry
Reed, I., 1998, *An overview of Babylonian mathematics, The Math Forum,* http:// mathforum.org/
Ross, D.S., 2004, *Foundation Study Guide*, http://www.ideas/philosophy.asp
Ross, K.L., 1999, The Ontology and Cosmology of Non-Euclidean Geometry, http:// www.friesian.com/ross/
Rowland, T., 2000, *Rational and Irrational Numbers*, http://www.nrich.math.org.uk/
Shalizi, C., 1996, *The Bactra Review: Occasional and eclectic book reviews: Mathematical Logic by Willard Van Orman Quine Revised Edition, Harper & Row, 1962,* http://www.bu.edu/wcp/Papers/Math/Mathland.htm
Shapiro, S, 2000, *Classical Logic,* Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato. standford.edu/ cgi-bin/encyclopedia/archinfo.cgi?entry=logic-classical
Shook, J.R., 2002, *Dewey and Quine on the Logic of What There Is*, Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato.standford.edu/cgibin/encyclopedia/
Stefanik, 1994, *Structuralism, Category Theory and Philosophy of Mathematics,* Washington: MSG Press, http://www.mmsygrp.com/mathstrc.htm
Swoyer, C., 2000, *Uses of Properties in the Philosophy of Mathematics*, Stanford
Thompson, P.,1993, *The Nature And Role Of Intuition In Mathematical Epistemology,* University College, Oxford University, U.K, E-Mail: Thompson@Loni.Ucla.Edu
Turan, H., 2004, *The Cartesian Doubt Experiment and Mathematics*,http://www.bu.edu
Weir A., 2004, *A Neo-Formalist Approach to Mathematical Truth,* http://en. wikipedia.org/wiki/GNU_FDL
Wilkins , D.R., 2004, *Types of Mathematics*, http://www.maths.tcd.ie/~dwilkins/
Yablo, S., 2004, *Why I am Not a Nominalist*, http://www.nyu.edu/gsas/dept/philo/
Zalta, E.N., 2003, *Frege's Logic, Theorem, and Foundations for Arithmetic,* Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato.standford.edu/cgi-bin/encyclopedia/