

PERAN INTUISI DALAM MATEMATIKA MENURUT IMMANUEL KANT

Marsigit

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negeri Yogyakarta

Abstrak. Menurut Kant, matematika sebagai ilmu adalah mungkin jika konsep matematika dikonstruksi berdasarkan intuisi keruangan dan waktu. Konstruksi konsep matematika berdasar intuisi ruang dan waktu akan menghasilkan matematika sebagai ilmu yang bersifat “sintetik a priori”. Oleh Kant, metode sintetik dilawankan dengan metode analitik dan konsep “a priori” dilawankan dengan “a posteriori”. Jika matematika dikembangkan hanya dengan metode “analitik” maka tidak akan dihasilkan (dikonstruksi) konsep baru, dan yang demikian akan menyebabkan matematika hanya bersifat sebagai ilmu fiksi. Menurut Kant, matematika tidak dikembangkan hanya dengan konsep “a posteriori” sebab jika demikian matematika akan bersifat empiris. Namun data-data empiris yang diperoleh dari pengalaman penginderaan diperlukan untuk menggali konsep-konsep matematika yang bersifat “a priori”. Disinilah uniknya peran dari teori Kant, yang berusaha memberi solusi (jalan tengah) dari pertentangan ekstrim antara kaum rasionalis dan kaum empiris dalam membangun landasan matematika. Menurut Kant, intuisi menjadi inti dan kunci bagi pemahaman dan konstruksi matematika.

Kata Kunci: intuisi, matematika, ruang, waktu, Immanuel Kant

1. Pendahuluan

Pandangan Kant tentang matematika dapat memberi sumbangan yang berarti ditinjau dari sisi filsafat matematika terutama tentang peranan intuisi dan konstruksi konsep matematika. Michael Friedman (Shabel, L., 1998) menyebut bahwa apa yang dicapai Kant telah memberi kedalaman dan ketepatan tentang landasan matematika, dan oleh karena itu pencapaiannya tidak dapat diabaikan begitu saja. Secara ontologi maupun epistemologi, setelah era Kant, matematika telah dikembangkan dengan pendekatan-pendekatan yang sedikit banyak dipengaruhi oleh pandangan Kant.

Beberapa penulis berpendapat bahwa Kant berangkat dari filsafat geometri untuk menjembatani ke filsafat aritmetika dan filsafat aljabar. Namun jika disimak lebih lanjut, pandangan-pandangan Kant lebih mendasarkan kepada peran intuisi bagi semua konsep matematika dan hanya mengandalkan konsep konstruksi seperti yang terjadi pada geometri Euclides (ibid.). Terdapat pandangan bahwa konstruksi konsep-konsep keruangan geometri Euclides sebetulnya mendasarkan kepada “intuisi murni” (ibid.) namun Kant memberi kecenderungan baru tentang pandangan terhadap matematika yang lebih bersifat konstruktif (Palmquist, S.P., 2004).

Menurut Kant (Wilder, R. L. , 1952), matematika harus dipahamai dan dikonstruksi menggunakan intuisi murni, yaitu intuisi “ruang” dan “waktu”. Konsep dan keputusan matematika yang bersifat “synthetic a priori” akan menyebabkan ilmu pengetahuan alam pun menjadi tergantung kepada matematika dalam menjelaskan dan memprediksi fenomena alam. Menurutnya, matematika dapat dipahami melalui “intuisi penginderaan”, selama hasilnya dapat disesuaikan dengan intuisi murni kita.

Pandangan Kant tentang peran intuisi dalam matematika telah memberikan gambaran yang jelas tentang landasan, struktur dan kebenaran matematika. Lebih dari itu, jika kita mempelajari lebih lanjut teori pengetahuan dari Kant, yang di dalamnya didominasi pembahasan tentang peran dan kedudukan intuisi, maka kita juga akan memperoleh gambaran tentang perkembangan landasan matematika dari masa Plato hingga filsafat matematika kontemporer, melalui benang merah filsafat intuitionism dan constructivism.

2. Intuisi Sebagai Dasar Matematika

Menurut Kant (Kant, I., 1781), pemahaman maupun konstruksi matematika diperoleh dengan cara terlebih dulu menemukan “intuisi murni” pada akal atau pikiran kita. Matematika yang bersifat “sintetik a priori” dapat dikonstruksi melalui 3 tahap intuisi yaitu “intuisi penginderaan”, “intuisi akal”, dan “intuisi budi”. Intuisi penginderaan terkait dengan obyek matematika yang dapat dicerap sebagai unsur a posteriori. Intuisi akal (Verstand) mensintetiskan hasil intuisi penginderaan ke dalam intuisi “ruang” dan “waktu”. Dengan intuisi budi “Vernunft”, rasio kita dihadapkan pada putusan-putusan argumentasi matematika.

Menurut Kant (Kant, I., 1781) matematika merupakan suatu penalaran yang berifat mengkonstruksi konsep-konsep secara synthetic a priori dalam konsep ruang dan waktu. Intuisi keruangan dan waktu secara umum yang pada akhirnya dianggap mendasari matematika, dikatakan oleh Kant sebagai:

When I say that in space and time intuition represents both external objects and the self-intuition of the mind, as it affects our senses and as it appears, that does not mean that such objects are a mere illusion; for in appearance objects, along with the situations assigned to them, are always seen as truly given, providing that their situation depends upon the subject's mode of intuition: providing that the object as appearance is distinguished from an object in itself. Thus I need not say that body simply seems to be outside of me.... when I assert that the quality space and time... lies in my mode of intuition and not in objects in themselves (Werke, dalam Gottfried, P., 1987).

Oleh karena itu, Kant berpendapat bahwa matematika dibangun di atas intuisi murni yaitu intuisi ruang dan waktu dimana konsep-konsep matematika dapat dikonstruksi secara sintetis. Intuisi murni (Kant, I, 1783) tersebut merupakan landasan dari semua penalaran dan keputusan matematika. Jika tidak berlandaskan intuisi murni maka penalaran tersebut tidaklah mungkin. Menurut Kant (Kant, I, 1783) matematika sebagai ilmu adalah mungkin jika kita mampu menemukan intuisi murni [reine

Anschaoung] sebagai landasannya; dan matematika yang telah dikonstruksinya bersifat sintetik a priori.

Matematika murni (ibid.), khususnya geometri dapat menjadi kenyataan obyektif jika berkaitan dengan obyek-obyek penginderaan. Konsep-konsep geometri tidak hanya dihasilkan oleh intuisi murni, tetapi juga berkaitan dengan konsep ruang di mana obyek-obyek geometri direpresentasikan. Konsep ruang (ibid.) sendiri merupakan bentuk intuisi di mana secara ontologis hakekat dari representasi tersebut tidak dapat dilacak. Kant (Wikipedia) kemudian mengajukan pertanyaan apakah penalaran matematika harus berdasarkan pengalaman? Atau bagaimana mungkin menemukan intuisi yang bersifat a priori dari data empiris?

Intuisi penginderaan sendiri merupakan representasi yang tergantung dari keberadaan obyek. Sehingga kelihatannya mustahil menemukan intuisi a priori yang demikian, karena intuisi a priori tidak menggantungkan diri dari keberadaan obyek. Akibatnya, kita hanya bisa menemukan intuisi dalam bentuk “sensuous intuition” yaitu berdasarkan “phenomena” obyek dan bukan berdasarkan pada “noumenanya”. Di sinilah Kant “menyerah”; dalam arti Kant mengakui bahwa selamanya kita tidak akan pernah bisa mengungkap hakekat “noumena” dibalik “phenomena” nya.

Kant (Kant, I, 1783) memberi solusi bahwa konsep matematika pertama-tama diperoleh secara a priori dari pengalaman dengan intuisi penginderaan, tetapi konsep yang diperoleh tidaklah bersifat empiris melainkan bersifat murni. Proses demikian merupakan langkah pertama yang harus ada dalam penalaran matematika, jika tidak maka tidaklah akan ada penalaran matematika itu. Proses berikutnya adalah proses sintetik dalam intuisi akal “Verstand” yang memungkinkan dikonstruksikannya konsep matematika yang bersifat “sintetik” dalam ruang dan waktu. Sebelum diambil putusan-putusan dengan intuisi budi “Vernunft” terlebih dulu obyek-obyek matematika dalam bentuk “Form” disintesiskan kedalam “categories” sebagai suatu innate ideas, yaitu “kuantitas”, “kualitas”, “relasi” dan “modalitas”. Dengan demikian maka intuisi murni menjadi landasan bagi matematika dan kebenaran matematika yang bersifat “apodiktik”.

Menurut Kant, intuisi, dengan macam dan jenisnya yang telah disebutkan di atas, memegang peranan yang sangat penting untuk mengkonstruksi matematika sekaligus menyelidiki dan menjelaskan bagaimana matematika dipahami dalam bentuk geometri atau aritmetika. Pemahaman matematika secara transenden melalui intuisi murni dalam ruang dan waktu inilah yang menyebabkan matematika adalah mungkin sebagai ilmu (ibid.).

3. Intuisi dalam Aritmetika

Kant (Kant, I, 1787) berpendapat bahwa proposisi-proposisi aritmetika seharusnya bersifat sintetik agar diperoleh konsep-konsep baru. Jika hanya mengandalkan metode analitik, maka tidak akan diperoleh konsep-konsep baru. Jika kita menyebut “1” sebagai bilangan asli dan hanya sampai pada penyebutan itu, maka kita tidak

memperoleh konsep baru selain dari yang telah disebut itu; dan ini tentunya bersifat analitik. Tetapi jika kita memikirkan penjumlahan $2 + 3 = 5$. Secara intuisi 2 dan 3 adalah konsep-konsep yang berbeda dan 5 adalah konsep yang lain pula. Jadi $2 + 3$ telah menghasilkan konsep yang baru yaitu 5; dan hal demikian tentunya bersifat sintetik.

Jika di simak dari struktur kalimat, pernyataan " $2 + 3 = 5$ " mempunyai " $2+3$ " sebagai subyek dan "5" sebagai predikat. Konsep yang terkandung di dalam predikat yaitu konsep 5, tidak terkandung di dalam konsep " $2+3$ ", yaitu bahwa subyek tidak memuat predikat. Hal demikianlah yang menurut Kant sebagai prinsip sintetik dalam aritmetika. Dengan demikian, menurut Kant, di dalam matematika kita tidak cukup hanya mendefinisikan suatu konsep, karena mendefinisikan hanyalah bersifat analitik. Misal pernyataan "1 adalah bilangan asli terkecil"; ini hanyalah pernyataan yang hanya bersifat "analitik".

Menurut Kant (Kant, I, 1783), konsep bilangan di dalam aritmetika diperoleh dalam intuisi waktu. Di dalam penjumlahan $2 + 3$, representasi 2 tentunya mendahului representasi 3, dan representasi $2+3$ mendahului representasi 5. Untuk membuktikan bahwa $2 + 3 = 5$, menurut Kant, kita harus memperhatikan kejadiannya. Saat ini, diberikan 2, saat kemudian diberikan 3 dan saat berikutnya lagi dibuktikan hasilnya 5. Dengan demikian dalam konstruksi konsep aritmetika ditemukan urutan langkah dalam intuisi waktu, seperti dikatakannya sebagai berikut (Smith, N. K., 2003):

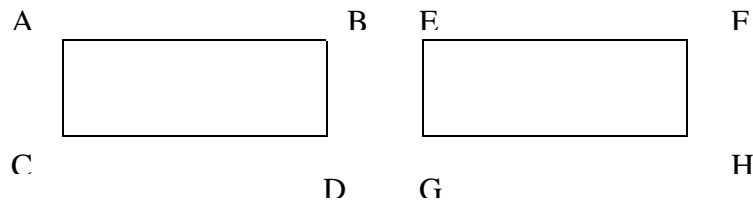
Arithmetic accomplishes its concept of number by the successive addition of units in time; it produces its concepts of number through successive addition of units in time. Time Ibid.) thus provides a realization for any number which can be realized in experience at all. Although this view is plausible enough, it does not seem strictly necessary to preserve the connection with time in the necessary extrapolation beyond actual experience. Hence, thinking of arithmetical construction as a process in time is a useful picture for interpreting problems of the mathematical constructivity.

Kant (Wilder, R.L., 1952) menghubungkan aritmetika dengan intuisi waktu sebagai bentuk dari "inner intuition" untuk menunjukkan bahwa kesadaran terhadap konsep bilangan meliputi aspek pembentukannya sedemikian sehingga struktur kesadaran tersebut dapat ditunjukkan dalam urutan waktu. Jadi intuisi waktu menyebabkan konsep bilangan menjadi nyata sesuai dengan pengalaman empirisnya.

4. Intuisi Dalam Geometri

Sementara Kant (Kant, I, 1783), berpendapat bahwa geometri seharusnya berlandaskan pada intuisi keruangan murni. Jika dari konsep-konsep geometri kita hilangkan konsep-konsep empiris atau penginderaan, maka konsep konsep ruang dan waktu masih akan tersisa; yaitu bahwa konsep-konsep geometri bersifat a priori. Namun Kant (ibid.) menekankan bahwa, seperti halnya pada matematika pada umumnya, konsep-konsep geometri hanya akan bersifat "sintetik a priori" jika

konsep-konsep itu hanya menunjuk kepada obyek-obyek yang diinderanya. Jadi di dalam “intuisi empiris” terdapat intuisi ruang dan waktu yang bersifat a priori.



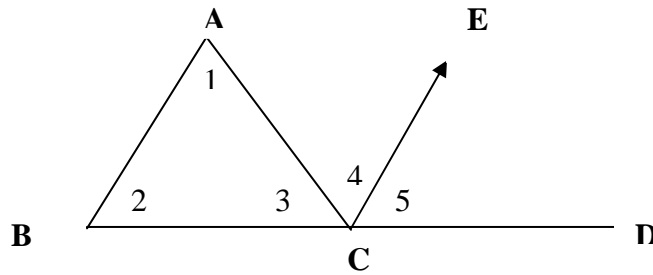
Gambar 1: Pembuktian dua bangun kongruen

Menurut Kant, di dalam langkah-langkah membuktikan bahwa 2 bangun geometri adalah kongruen, maka intuisi yang ada haruslah bersifat a priori, dan langkah-langkahnya bersifat sintetik. Jika tidak maka konsep yang diperoleh hanyalah bersifat empiris dan tidak akan diperoleh kepastian apodiktik, yaitu bahwa prosedur pembuktiannya tidak jelas.

Sejauh intuisi yang dipahami Kant, ruang hanya mempunyai dimensi 3, karena tidak lebih dari tiga garis dapat berpotongan sehingga ketiga-tiganya membentuk sudut siku-siku. Menurut Kant, kegiatan menggambar garis lurus yang panjangnya tak berhingga, hanyalah merupakan deretan perubahan yang terjadi dari gerakan dalam ruang, sehingga hanya bersifat empiris. Oleh karena itu, Kant menyimpulkan bahwa untuk memperoleh konsep garis lurus kita harus menggunakan intuisi murni yang bersifat a priori. Dengan demikian, menurut Kant, geometri merupakan ilmu pengetahuan yang menentukan sifat-sifat keruangan secara sintetik namun a priori. Sintetik berarti bahwa konsep-konsep geometri tidak dapat dikonstruksi hanya dari konsep murni saja, tetapi harus berpijak pada intuisi murni yang terjadi sebelum mempersepsi obyek, sehingga intuisinya memang bersifat murni dan tidak empiris.

Menurut Kant (ibid.), prinsip-prinsip geometri bersifat apodiktik, yaitu dapat ditarik secara deduktif dari premis-premis yang mutlak benar. Pernyataan “ruang hanya berdimensi 3” tidak dapat dipahami hanya dengan intuisi empiris. Kant (ibid.) mempunyai argument yang kuat bahwa proposisi-proposisi geometri bersifat sintetik a priori. Menurutnya jika tidak demikian, yaitu jika proposisi geometri hanya bersifat analitik maka geometri tidak mempunyai validitas obyektif, yang berarti geometri hanya bersifat fiksi belaka.

Kant (Shabel, L., 1998) membuat contoh tentang pembuktian teorema jumlah sudut suatu segitiga seperti yang dilakukan oleh Euclides.



Gambar 2: Pembuktian teorema jumlah sudut suatu segitiga

Pada segitiga ABC di atas, ruas garis BC diperpanjang sampai D. Kemudian buatlah garis CE sejajar BA. Karena garis $AB \parallel CE$ maka sudut 1 = sudut 4 dan sudut 2 = sudut 5. Jadi sudut 3 + sudut 4 + sudut 5 = sudut 3 + sudut 1 + sudut 2 = sudut lurus.

Menurut Kant (ibid.), obyek dari proses pembuktian di atas adalah segitiga ABC yang diperoleh berdasar intuisi murni dan a priori. Proses pembuktian jumlah sudut segitiga tersebut merupakan contoh konstruksi murni dari suatu konsep geometri yang bersifat sintetik a priori dan menghasilkan kebenaran universal bahwa jumlah dari besar sudut pada segitiga adalah sudut lurus. Menurut Kant (Encyclopedic Dictionary of Mathematics) pembuktian di atas tidaklah bersifat empiris. Oleh karena itu Kant (ibid.) berpendapat bahwa landasan geometri adalah intuisi keruangan kita yaitu intuisi yang bersifat sintetik apriori.

Dalam karyanya, *Prolegomena*, Kant (ibid.) menggambarkan penyimpulan geometri dalam kehidupan sehari-hari bahwa tangan kiri tidaklah kongruen dengan tangan kanan. Menurut Kant, konsep “tangan” di sini tidak cukup dipahami hanya dengan intuisi empiris, tetapi dalam intuisi empiris tersebut termuat abstraksi konsep “tangan” dan konsep “tidak kongruen” diperoleh secara sintetis. Menurut Kant, proses ini dapat diterapkan untuk memahami konsep-konsep geometri.

5. Intuisi dalam Keputusan Matematika

Menurut Kant, dengan intuisi budi, rasio kita mengadakan argumentasi (matematika) dan menggabungkan putusan-putusan (matematika). Putusan matematika adalah kesadaran kognisi yang bersifat kompleks yang mempunyai ciri-ciri: a) berkaitan dengan obyek matematika, baik secara langsung (melalui intuisi) maupun secara tak langsung (melalui konsep), b) meliputi konsep-konsep matematika baik konsep-konsep pada predikat maupun pada subyek, c) merupakan suatu penalaran murni sesuai dengan prinsip-prinsip logika murni, d) melibatkan hukum-hukum matematika yang dikonstruksi dengan intuisi, dan e) menyatakan nilai kebenaran suatu proposisi matematika.

Menurut Kant, kemampuan mengambil putusan bersifat “innate” dan mempunyai ciri-ciri intrinsic, berstruktur dan sistematis. Struktur putusan matematika sesuai dengan struktur proposisi-proposisi matematika yang merupakan ungkapan linguistic. Sebagaimana yang lainnya, proposisi-proposisi matematika menghubungkan subyek dan predikat dengan kopula. Hubungan subyek, predikat dan jenis kopula inilah yang akan menentukan jenis-jenis putusan.

Menurut Kant (ibid.) semua putusan merupakan fungsi dari representasi. “Semua Fs adalah Gs” adalah putusan yang bersifat universal. “F adalah G” adalah putusan singular. “Fs adalah Gs” adalah putusan afirmatif. “Tidak ada Fs merupakan Gs” merupakan putusan negative. “Fs adalah non-Gs” adalah putusan infinit. Menurut Kant, semua putusan tersebut bersifat sintetik dan berlandaskan intuisi. Jadi kebenaran matematika bukanlah kebenaran logika atau kebenaran analitik atau kebenaran yang berdasar konsep-konsep melainkan kebenaran yang bersifat sintetik atau kebenaran yang berlandaskan pada intuisi.

Kant berpendapat bahwa semua putusan matematika bersifat sintetik dan apodiktik. Putusan demikian hanya dapat diperoleh dengan “hukum kontradiksi”. Jika dikatakan bahwa $1 = 1$ maka tidaklah ada kontradiksi di situ. Itu adalah hukum identitas. Dan yang demikian bersifat analitik. Tetapi jika dikatakan “ $2 + 1 = 3$ ”. Secara intuisi “ $2+1$ ” berbeda dengan “ 3 ”, maka bersifat kontradiksi yaitu sesuai dengan hukum kontradiksi. Melalui hukum kontradiksi inilah putusan sintetik diperoleh.

6. Simpulan

Kant (Randall, A., 1998) menyimpulkan bahwa matematika yaitu aritmetika dan geometri merupakan disiplin ilmu yang bersifat sintetis dan independent satu dengan yang lainnya. Dalam karyanya *the Critique of Pure Reason* dan *the Prolegomena to Any Future Metaphysics*, Kant (ibid.) menyimpulkan bahwa kebenaran matematika adalah kebenaran sintetik a priori. Kebenaran logika dan kebenaran yang diturunkan hanya melalui definisi barulah kebenaran yang bersifat analitik.

Kebenaran analitik bersifat intuitif a priori. Tetapi, kebenaran matematika sebagai kebenaran sintetik merupakan konstruksi dari suatu konsep atau beberapa konsep yang menghasilkan informasi baru. Jika konsep murni diturunkan dari data empiris maka putusan yang didapat adalah putusan a posteriori. Sintesis yang diturunkan dari intuisi murni menghasilkan putusan a priori.

Kant (Wegner, P.) menyimpulkan bahwa intuisi dan keputusan yang bersifat “synthetic a priori” berlaku bagi geometri maupun aritmetika. Konsep geometri bersifat “intuitif keruangan” dan konsep aritmetika bersifat “intuitif waktu” dan “bilangan”, dan kedua-duanya bersifat “innate intuitions”. Dengan konsep intuisi tersebut, Kant (Posy, C. ,1992) ingin menunjukkan bahwa matematika juga memerlukan data empiris yaitu bahwa sifat-sifat matematika dapat ditemukan melalui

intuisi penginderaan, tetapi akal budi manusia tidak dapat mengungkap hakekat matematika sebagai “noumena” melainkan hanya mengungkap sebagai “phenomena”.

Kant (ibid.) memberi kontribusi karena memberi jalan tengah bahwa putusan matematika bersifat sintetik apriori, yaitu putusan yang pertama-tama diperoleh secara a priori dari pengalaman, tetapi konsep yang diperoleh tidaklah bersifat empiris (Kant, I, 1783) melainkan bersifat murni. Pengetahuan geometri yang bersifat sintetik a priori menjadi mungkin jika dan hanya jika konsep keruangan dipahami secara transcendental dan menghasilkan intuisi a priori.

Daftar Pustaka:

- [1] Gottfried, P., 1987, “Form of Intuition: Kantian Time And Space Reconsidered”, *The World & I*: Issue Date: AUGUST 1987 Volume:02 Page: 689. Retrieved 2004 <<http://www.worldandandi.com/public/1987/august/copyright.asp>>
- [2] Kant, I., 1781, “*The Critic Of Pure Reason: SECTION III. Of Opinion, Knowledge, and Belief; CHAPTER III. The Arehitectonic of Pure Reason*” Translated By J. M. D. Meiklejohn, Retrieved 2003<<http://www.encarta.msn.com/>>
- [3] Kant, I, 1783. “*Prolegomena to Any Future Metaphysic: First Part Of The Transcendental Problem: How Is Pure Mathematics Possible?*” Trans. Paul Carus.. Retrieved 2003 <www.phil-books.com/ >
- [4] Kant, I, 1783, “*Prolegomena to Any Future Metaphysics , First Part Of The Transcendental Problem: How Is Pure Mathematics Possible? Sect. 6.*” Trans. Paul Carus. Retrieved 2003 <www.phil-books.com/ >
- [5] Kant, I, 1783, “*Prolegomena to Any Future Metaphysic: First Part Sect.10*”, Trans. Paul Carus. Retrieved 2003 <www.phil-books.com/ >
- [6] Kant, I, 1783, “*Prolegomena to Any Future Metaphysics , First Part Of The Transcendental Problem: How Is Pure Mathematics Possible? Sect.10 para. 283*” Trans. Paul Carus. Retrieved 2003 <www.phil-books.com/ >
- [7] Kant, I., 1787, “*The Critic Of Pure Reason: INTRODUCTION: V. In all Theoretical Sciences of Reason, Synthetical Judgements "a priori" are contained as Principles*” Translated By J. M. D. Meiklejohn, Retrieved 2003 <<http://Www.Encarta.Msn.Com/>>)
- [8] Kant, I., 1787, “*The Critic Of Pure Reason: SS 9 General Remarks on Transcendental Aesthetic.*” Translated By J. M. D. Meiklejohn, Retrieved 2003 <<http://Www.Encarta.Msn.Com/>>
- [9] Palmquist, S.P., 2004, “*Kant On Euclid: Geometry In Perspective*” Retrieved 2004 < StevePq@hkbu.edu.hk>
- [10]Posy, C. ,1992, “*Philosophy of Mathematics*”, Retrieved 2004 <<http://www.cs.washington.edu/homes/gjb.doc/philmath.htm>>
- [11]Randall, A., 1998, “*A Critique of the Kantian View of Geometry*”, Retrieved 2004 < <http://home.ican.net/~arandall/Kant/Geometry/> >
- [12]Shabel, L., 1998, “*Kant on the 'Symbolic Construction' of Mathematical Concepts*”, Pergamon Studies in History and Philosophy of Science , Vol. 29, No. 4.

- [13]Shabel, L., 1998, "*Kant's "Argument from Geometry"*", Journal of the History of Philosophy, The Ohio State University
- [14]Smith, N. K., 2003, "*A Commentary to Kant's Critique of Pure Reason: Kant on Arithmetic, pp. 128-133*", New York: Palgrave Macmillan
- [15]Wegner, P. "*Modeling, Formalization, and Intuition.*" Department of Computer Science.
- [16]Wilder, R. L. , 1952, "*Introduction to the Foundation of Mathematics*", New York