

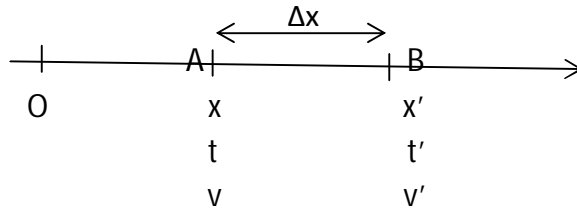
MEKANIKA

GERAK LURUS

A. Kecepatan rata-rata dan Kecepatan sesaat

Suatu benda dikatakan bergerak lurus jika lintasan gerak benda itu merupakan garis lurus.

Perhatikan gambar di bawah:



Gambar 1. Gerak benda pada sumbu X

Benda bergerak lurus sepanjang sumbu X. Pada saat t benda di posisi A dengan $OA = x$, dan pada saat t' benda di posisi B dengan $OB = x'$. Perpindahan benda dari posisi A ke posisi B selama interval waktu $\Delta t = t' - t$ adalah: $\Delta x = x' - x$

Kecepatan rata-rata benda selama bergerak dengan interval waktu tersebut didefinisikan :

$$\Delta v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (1)$$

Sehingga dapat dinyatakan bahwa; kecepatan rata-rata selama waktu tertentu adalah sebanding dengan perpindahan rata-rata per satuan waktu.

Untuk menentukan kecepatan sesaat, dibuat interval waktu Δt sangat kecil sehingga perpindahan yang terjadi juga sangat kecil, sehingga kecepatan sesaat didefinisikan sebagai

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2)$$

Atau dinyatakan dalam bentuk

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (3)$$

Jika kecepatan merupakan fungsi waktu $v = f(t)$, maka dapat ditentukan posisi ($=x$) dengan mengintegrasikan persamaan persamaan (3). Dari persamaan (3) diperoleh;

$dx = v dt$, integrasinya adalah

$$\int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v dt$$

$$x = x_0 + \int_{t_0}^t v dt \quad (4)$$

Dari persamaan (4) dapat dinyatakan perpindahannya adalah;

$$x - x_0 = \int_{t_0}^t v dt \quad (5)$$

Contoh

Sebuah partikel bergerak sepanjang sumbu X sedemikian rupa sehingga posisinya setiap saat dinyatakan dengan persamaan $x = 5t^2 + 1$. Hitunglah

- a. Kecepatan rata-ratanya dalam interval waktu antara; 2 detik dan 3 detik, 2detik dan 2,1 detik
 - b. Kecepatan sesaat saat 2 detik
- B. Percepatan rata-rata dan percepatan sesaat

Mengacu pada gambar 1, pada saat t benda di titik A mempunyai kecepatan v_0 dan saat t' benda di titik B dengan kecepatan v' . Perubahan kecepatannya adalah $\Delta v = v' - v_0$ selama interval waktu $\Delta t = t' - t$. Percepatan rata-rata antara titik A dan titik B didefinisikan dengan;

$$a_{rata-rata} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (6)$$

Sedangkan percepatan sesaat didefinisikan sebagai limit dari percepatan rata-rata ketika interval waktu Δt sangat kecil, dinyatakan dengan persamaan

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (7)$$

Atau dituliskan,

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (\text{Percepatan}) \quad (8)$$

Jika persamaan (3) disubstitusikan ke (8), maka diperoleh

$$a = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (\text{Percepatan}) \quad (9)$$

Berdasarkan persamaan (8) dapat dituliskan bahwa

$$dv = a dt \quad (10)$$

Dengan mengintegrasikan persamaan (10) diperoleh

$$\int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a dt \quad (11)$$

$$v = v_0 + \int_{t_0}^t a dt \quad (12)$$

Hubungan penting lainnya antara posisi dan kecepatan dapat diperoleh dengan mengalikan ruas kiri dan kanan pada persamaan (10) dengan v , maka;

$$v dv = a dt \quad v = a dt \left(\frac{dx}{dt} \right) = a dx,$$

Dan jika diintegrasikan akan diperoleh;

$$\int_{v_0}^v v dv = \int_{x_0}^x a dx$$

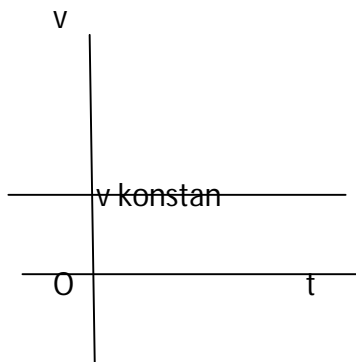
$$\frac{1}{2} v^2 - \frac{1}{2} v_0^2 = \int_{x_0}^x a dx \quad (13)$$

C. Gerak lurus dengan kecepatan konstan ($v = \text{konstan}$)

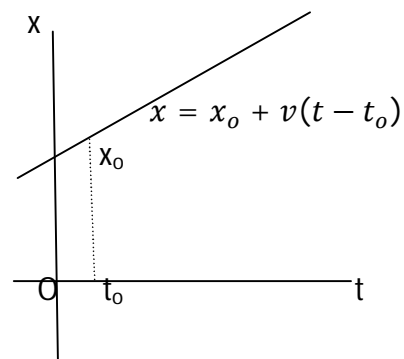
Jika suatu benda bergerak lurus dengan $v = \text{konstan}$, maka $a = \frac{dv}{dt} = 0$, artinya tidak ada percepatan, berarti benda itu **bergerak lurus beraturan**. Sehingga posisi benda dapat dinyatakan berdasarkan persamaan (5) sebagai berikut;

$$x = x_0 + v \int_{t_0}^t dt$$

$$x = x_0 + v(t - t_0) \quad (14)$$



Gambar (2a). Grafik kecepatan



Gambar (2b). Grafik perpindahan

D. Gerak lurus dengan percepatan tetap ($a = \text{konstan}$)

Jika percepatan gerak benda tetap ($a = \text{tetap}$), maka berdasarkan persamaan (12) diperoleh

$$v = v_0 + a \int_{t_0}^t dt$$

Selanjutnya, $v = v_0 + a(t - t_0)$ (15)

Persamaan (15) disubstitusi ke persamaan (4), akan diperoleh,

$$x = x_0 + \int_{t_0}^t [v_0 + (t - t_0) a] dt$$

$$x = x_0 + v_0 \int_{t_0}^t dt + a \int_{t_0}^t (t - t_0) dt$$

Atau, $x = x_0 + v_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} a(t - t_0)^2$ (16)

Demikian juga karena a tetap, maka persamaan (13) menjadi;

$$\frac{1}{2} v^2 - \frac{1}{2} v_0^2 = a \int_{x_0}^x dx = a(x - x_0) ,$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$
 (17)

Untuk gerak vertical maka $a = -g$ ($g = \text{percepatan gravitasi}$) .

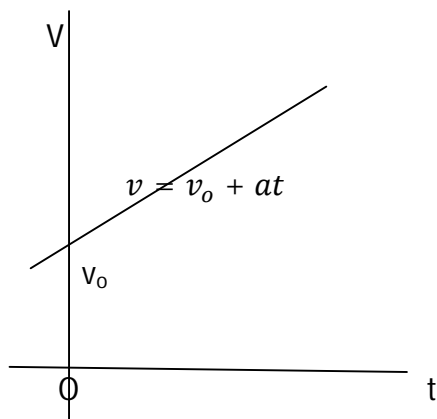
Jika $t_0 = 0$, dan $x_0 = 0$, maka persamaan (15) dan (16), menjadi;

$$v = v_0 + at$$
 (18)

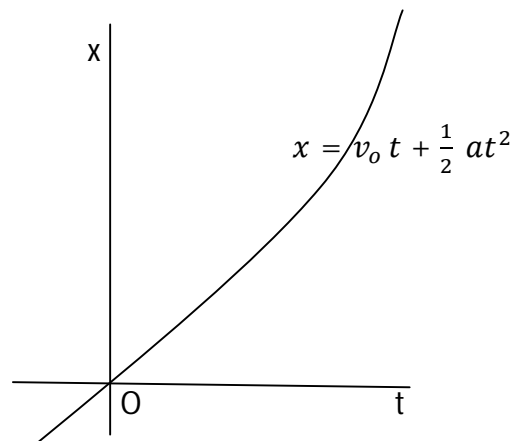
$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$
 (19)

Gerak lurus dengan percepatan tetap disebut gerak lurus berubah beraturan.

Grafik antara v dengan t dan x dengan t , pada gerak lurus berubah beraturan adalah;



Gambar 3(a). Grafik kecepatan



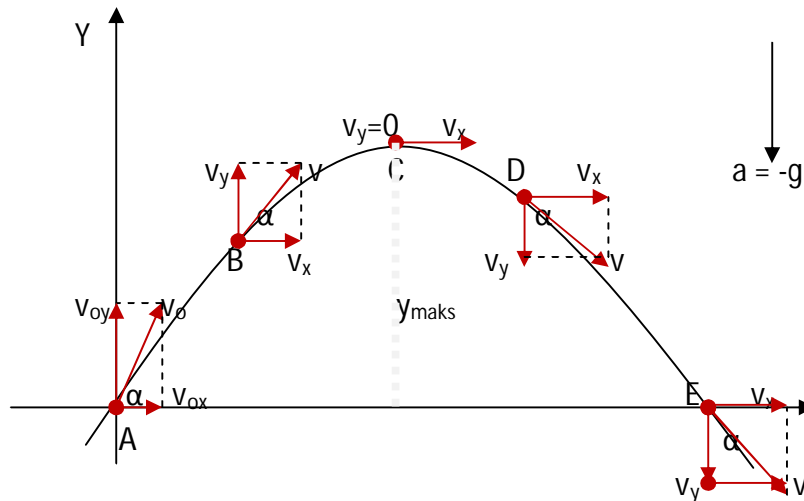
Gambar 3(b). Grafik perpindahan

Contoh.

1. Percepatan benda yang bergerak sepanjang X adalah $a = (4x - 2)ms^{-2}$, Jika diberikan $v_0 = 10 ms^{-1}$ pada saat $t_0 = 0$. Carilah kecepatan setiap saat, dan posisinya.
2. Sebuah peluru di tembakan ke atas dengan kecepatan $98 ms^{-1}$ dari atas bangunan yang tingginya 100 m. Carilah a). tinggi maksimum di atas tanah, b). waktu yang dibutuhkan untuk mencapai ketinggian tersebut, c). kecepatan saat mencapai tanah, dan d). total waktu sebelum peluru mencapai tanah.

E. Gerak peluru

Gerak peluru merupakan kombinasi dari gerak lurus beraturan dengan gerak lurus berubah (GLB) beraturan (GLBB)



Sebuah peluru ditembakkan dengan kecepatan awal v_0 dari titik A yang membentuk sudut α terhadap bidang datar (sumbu X), sehingga lintasannya berbentuk parabola. Gerak peluru tersebut memiliki dua komponen gerak, yaitu gerak dengan arah horizontal yang merupakan gerak lurus beraturan (GLB) dan gerak dengan arah vertical yang merupakan gerak lurus berubah beraturan (GLBB) dengan percepatan $a = -g$.

Untuk gerak horizontal (GLB)

Kecepatan pada arah sumbu X sama besar; $v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$

Jarak mendaar yang ditempuh selama t detik $x = v_0 \cos \alpha t$

Untuk gerak vertikal (GLBB)

Kecepatan awal pada arah vertical (di titik A) $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$

Kecepatan setiap saat pada arah vertical (sumbu Y), $v_y = v_{0y} - gt$

Jarak vertical yang ditempuh , $y = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2$

Tinggi maksimum yang dicapai peluru adalah ($=y_{maks}$);

$$y_{maks} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Jarak terjauh yang dimpuh oada arah mendatar adalah

$$R = 2v_{ox} \left(\frac{2v_o \sin \alpha}{g} \right) = \frac{2v_o \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

Atau

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

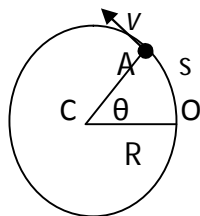
Contoh:

1. Seorang anak melemparkan bola dengan kecepatan 32 m/s dengan sudut 40° terhadap tanah. Carilah kecepatan dan posisi bola setelah 3 s. Carilah juga jarak dan waktu untuk bola kembali ke tanah
2. Sebuah bola dilemparkan ke atas dengan kecepatan awal 50 m/s dan sudut elevasi 37° . Carilah waktu total bola berada di udara, dan jarak horizontal yang ditempuh. $G = 10 \text{ m/s}^2$

F. Gerak Melingkar

a. Kecepatan sudut

Bila suatu partikel bergerak dengan lintasan lingkaran, maka kecepatan liniernya($=v$) akan tegak lurus terhadap jari-jari lingkaran ($R = CA$) (lihat gambar).



Jarak yang ditempuh sepanjang keliling lingkaran selama selang waktu adalah $s = R \theta$, sehingga kecepatannya dapat dinyatakan dengan,

$$v = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} \quad (1)$$

Sedangkan

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (\omega = \text{kecepatan sudut}) \quad (2)$$

Sehingga,

$$v = \omega R \quad (3)$$

Berdasarkan (2) dapat diperoleh;

$$d\theta = \omega dt$$

$$\theta = \int \omega dt \quad (4)$$

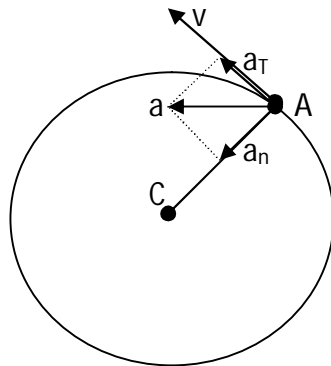
Jika ω , konstan, maka $\theta = \omega t$, atau $\omega = \frac{\theta}{t}$ (5)

dimana θ = sudut yang ditempuh selama t detik. Jika $\theta = 2\pi$, maka $t = T$ = periode, sehingga, $\omega = \frac{2\pi}{T}$

b. Percepatan dalam gerak melingkar

Jika kecepatan sudut suatu partikel berubah terhadap waktu, maka percepatan sudutnya ($=\alpha$) didefinisikan sebagai

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (6)$$



Dari gambar tampak bahwa partikel yang bergerak melingkar disamping mempunyai percepatan sudut, juga memiliki percepatan (a) linier yang memiliki dua komponen yaitu percepatan tangensial ($=a_T$) dan percepatan normal ($=a_N$), masing-masing dinyatakan dengan persamaan ;

$$a_T = \frac{dv}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} \quad (7)$$

dan

$$a_N = a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \quad (8)$$

Percepatan normal juga merupakan percepatan sentripetal.

Contoh.

1. Sebuah bola yang terikat bergerak dalam lingkaran horizontal yang berjari-jari 2m. Bola membuat satu putaran dalam waktu 3 s. Carilah percepatannya!

Diketahui : $r = 2\text{ m}$
 $T = 3\text{ s}$

Ditanyakan : $a = ?$

Jawab:

$$a = \frac{v^2}{r}, \text{ sedangkan } v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi (2)}{3} = 4,19\text{ m/s}$$

maka,
$$a = \frac{(4,19)(4,19)}{3} = 8,76\text{ m/s}$$

2. Sebuah mobil mengelilingi sebuah kurva yang berjari-jari 30 m. Jika percepatan sentripetal maksimum yang dapat diberikan oleh gesekan adalah 5 m/s^2 , berapakah kelajuan maksimum mobil dalam km/jam?
3. Bulan bergerak mengelilingi bumi dianggap melingkar beraturan dengan jari-jari $38,4 \times 10^4\text{ km}$ dengan periode 28 hari. Tentukanlah:
 - a. Kecepatan sudutnya
 - b. Kecepatan liniernya
 - c. Percepatan sentripetalnya
4. Jika benda diikat dengan tali sepanjang 3 m, diputar beraturan sebanyak 120 putaran dalam setiap menit. Hitunglah
 - a. Frekwensinya
 - b. Periodengan
 - c. Kecepatan sudutnya
 - d. Kecepatan liniernya.